

H₂

Der Klang der Wasserstoffmoleküle

**Musikalische Transkription der Wasserstoffspektren
Die physikalischen Grundlagen zur Anhörung der Quantentheorie**

Inhaltsverzeichnis

1 Spektralanalyse	
1.1 Spektrum des Sonnenlichtes	3
1.2 Schwingungen und Wellen – Elemente der Spektren	3
2 Das Wasserstoffspektrum	
2.1 Das sichtbare Spektrum.....	3
2.2 Das Seriengesetz von Balmer.....	4
2.3 Das Spektrum im ultravioletten Bereich	4
2.4 Die Spektralserien im infraroten Bereich	4
2.5 Die allgemeine Serienformel der Wasserstoffspektren	5
2.6 Balmers geometrische Konstruktion der Wasserstofflinien	6
2.7 Wasserstoff-Spektrallinien (Übersicht).....	7
3 Wasserstoff-Spektralfrequenzen	
3.1 Aufbau und Struktur der Serien	8
3.2 Die wechselseitige Beziehungen von Wellenlängen und Frequenzen.....	9
3.3 Wasserstoff-Spektralfrequenzen (Übersicht).....	10
3.4 Geometrische Entwicklung der Spektralserien des Wasserstoffes	11
3.5 Trigonometrische Herleitung der Wasserstoff-Spektralfrequenzen	12
3.6 Transposition der Wasserstoff-Spektralfrequenzen in den mittleren Hörbereich.....	13
3.7 Differenztöne der Wasserstoff-Spektralfrequenzen.....	16
4 Stimmtechnische Hinweise	
4.1 Frequenzen, Intervallfaktoren, Tonbezeichnungen, Centwerte und entsprechende chromatische Kammertöne (jeweils entsprechendes chromatisches a')	18
4.2 Stimmblätter mit Umrechnungstabellen für Echo-, Hall- und Loopzeiten	19
4.2.1 Rydbergkonstante für Wasserstoff	19
4.2.2 Grenzwert Paschen-Serie	20
4.2.3 Grenzwert Pfund-Serie	21
4.2.4 Lyman-Serie / Lyman-Alpha = L_{α}	22
4.2.5 Lyman-Serie / Lyman-Beta = L_{β}	23
4.2.6 Lyman-Serie / Lyman-Gamma = L_{γ}	24
4.2.7 Lyman-Serie / Lyman-Delta = L_{δ}	25
4.2.8 Lyman-Serie / Lyman-Epsilon = L_{ϵ}	26
4.2.9 Lyman-Serie / Lyman-Zeta = L_{ζ}	27
4.2.10 Balmer-Serie / Balmer-Alpha = H_{α}	28
4.2.11 Balmer-Serie / Balmer-Beta = H_{β}	29
4.2.12 Balmer-Serie / Balmer-Gamma = H_{γ}	30
4.2.13 Balmer-Serie / Balmer-Delta = H_{δ}	31
4.2.14 Balmer-Serie / Balmer-Epsilon = H_{ϵ}	32
4.2.15 Paschen-Serie / Paschen-Alpha = Pa_{α}	33
4.2.16 Paschen-Serie / Paschen-Beta = Pa_{β}	34
4.2.17 Paschen-Serie / Paschen-Gamma = Pa_{γ}	35
4.2.18 Paschen-Serie / Paschen-Delta = Pa_{δ}	36
4.2.19 Brackett-Serie / Brackett-Alpha = Br_{α}	37
4.2.20 Brackett-Serie / Brackett-Beta = Br_{β}	38
4.2.21 Brackett-Serie / Brackett-Gamma = Br_{γ}	39
4.2.22 Pfund-Serie / Pfund-Alpha = Pf_{α}	40
4.2.23 Pfund-Serie / Pfund-Beta = Pf_{β}	41
5 Quellen- und Literaturhinweise.....	42

1 Spektralanalyse

1.1 Spektrum des Sonnenlichtes

Allgemein bezeichnet man die stufenlose Folge der Regenbogenfarben [Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau und Violett] als kontinuierliches Spektrum. Läßt man das Sonnenlicht durch eine schmale spaltförmige Blende und das dahinter austretende Lichtbündel auf ein Prisma fallen, so wird es in die einzelnen Farbbereiche, in ein Spektrum zerlegt. Im Jahr 1802 entdeckte der englische Arzt, Chemiker und Physiker *William Hyde Wollaston* bei genauer Betrachtung des durch ein Prisma zerlegten Strahls des Sonnenlichtes dunkle Linien auf dem kontinuierlichen Farbenhintergrund des Sonnenspektrums. Der Physiker und Astronom *Joseph Fraunhofer* bezeichnete diese Linien im Jahr 1814 mit lateinischen Buchstaben. Von den gut ein Dutzend umfassenden auffälligsten Linien im Sonnenspektrum konnten vier später eindeutig als Absorptionslinien des Wasserstoffs identifiziert werden. Daher weiß man, daß die Sonne von Wasserstoffgas umgeben ist.

Die Bedeutung dieser dunklen Linien im Sonnenspektrum wurde erst im Jahre 1859 klar, als die beiden befreundeten Physiker *Robert Wilhelm Bunsen*, der Erfinder des Bunsenbrenners, und *Gustav Robert Kirchhoff* die Grundlagen der Spektralanalyse in Laboratoriumsversuchen ermittelten.

1.2 Schwingungen und Wellen – Elemente der Spektren

Die Spektralanalyse ist eine physikalische Untersuchungsmethode, in der aus den Linien eines Emissions- bzw. Absorptionsspektrums auf die chemische Zusammensetzung der betreffenden Lichtquelle bzw. absorbierenden Medien geschlossen werden kann. Aus der Lage der Linien [gekennzeichnet durch deren Wellenlängen] läßt sich das betreffende Element, aus ihrer Intensität die Menge, aus ihrer Aufspaltung und Verbreitung der Atom- und Molekülaufbau erkennen.

Ein Welle ist durch ihre *Wellenlänge* λ , durch ihre Intensität, der Schwingungsweite oder *Amplitude* ψ und durch ihre *Ausbreitungsgeschwindigkeit* gekennzeichnet. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts beträgt $2,997\,925 \cdot 10^{10}$ cm pro Sekunde und wird allgemein als *Lichtgeschwindigkeit* c bezeichnet. Betrachtet man einen beliebigen Punkt einer Welle, so führt dieser eine zeitabhängige, regelmäßige Schwingung aus. Die Schwingungshäufigkeit eines solchen Punktes wird als *Frequenz* f der Welle bezeichnet.

2 Das Wasserstoffspektrum

2.1 Das sichtbare Spektrum

Die Linien in den Spektren glühender Gase treten oft in mathematisch einfach beschreibbaren Reihen oder Serien auf. Das erste Seriengesetz ist für Wasserstoff, dem kleinsten Atom und ersten Element des Periodensystems der chemischen Elemente, von dem Mittelschullehrer *Johann Jakob Balmer* im Jahr 1885 in Basel entdeckt worden. *Balmer* fand dieses Seriengesetz durch genaue Betrachtung und Analyse der Lage der einzelnen Spektrallinien im sichtbaren Spektrum.

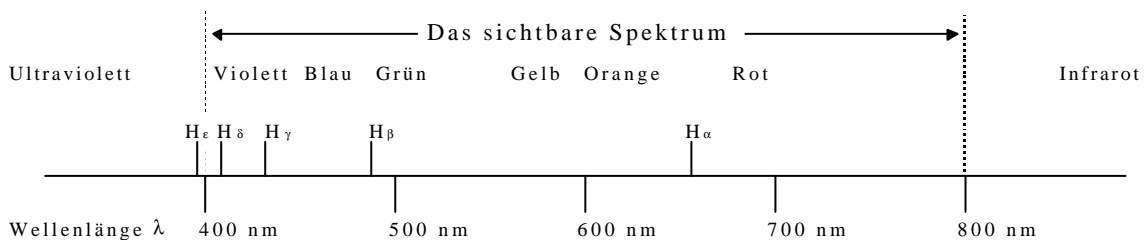


Abbildung 1 zeigt die Lage der Spektrallinien des Wasserstoffes im sichtbaren Spektrum, das von knapp 400 nm Wellenlänge [$1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m}$] im violetten Bereich bis nach Rot bei 800 nm reicht.

2.2 Das Seriengesetz von Balmer

Die Wellenlängen der sichtbaren Spektrallinien des Wasserstoffatoms entsprechen der folgenden von *Balmer* gefundenen Gleichung:

$$\lambda = R \cdot [m^2 / (m^2 - 4)]$$

Hierbei ist λ die Wellenlänge der Spektrallinie in Nanometer [1 nm = 1 Nanometer = 0,001 Mikrometer ($10^{-3}\mu\text{m}$) = 0,000 001 Millimeter (10^{-6}mm) = 0,000 000 001 Meter (10^{-9}m)]. $R = 364,7$ nm ist eine Konstante. Die Grundlegende Bedeutung dieser Konstante für den Aufbau und die Bestimmung der Spektren entdeckte der schwedische Physiker *Johannes Robert Rydberg* im Jahr 1889. Die nach ihm benannte *Rydbergkonstante* R entspricht der Maßzahl der sogenannten Ionisationsenergie, die einem Elektron zugeführt werden muß, um es aus dem betreffenden Atom zu entfernen.

Der Wert m in der Formel sei der Reihe nach 3; 4; 5; 6 und 7 [eine Folge von natürlichen Zahlen] und R sei eine Konstante mit dem Wert 364,7 nm. Es ist für:

$$\begin{aligned} m = 3: R \cdot [9/5] &= 656,5 \text{ nm } H_{\alpha} \text{ Rot} \\ m = 4: R \cdot [4/3] &= 486,3 \text{ nm } H_{\beta} \text{ Blaugrün} \\ m = 5: R \cdot [25/21] &= 434,2 \text{ nm } H_{\gamma} \text{ Blau} \\ m = 6: R \cdot [9/8] &= 410,3 \text{ nm } H_{\delta} \text{ Violett} \\ m = 7: R \cdot [49/45] &= 397,1 \text{ nm } H_{\epsilon} \text{ Ultraviolett} \end{aligned}$$

2.3 Das Spektrum im ultravioletten Bereich

Der amerikanische Physiker *Theodore Lyman*, seit 1917 Professor an der Universität zu Cambridge (Massachusetts), entdeckte bereits im Jahr 1906 die nach ihm benannte Serie des Wasserstoffspektrums im Bereich der ultravioletten kurzwelligen Schwingungen. Sein Forschungsgebiet war die Untersuchung des äußerst kurzwelligen Lichtes. Die Wellenlängen der im ultravioletten Bereich liegenden Spektrallinien des Wasserstoffes entsprechen der folgenden von der Struktur her sehr ähnlichen Gleichung, wie jene für die Spektrallinien im sichtbaren Bereich:

$$\lambda = R \cdot [m^2 / (m^2 - 1)]$$

Der Wert m in der Formel sei der Reihe nach 2; 3; 4; 5; 6 und 7 [eine Folge von natürlichen Zahlen] und R sei eine Konstante [wobei hier R hier nur den Wert von 91,2 nm, also einem Viertel des Wertes im Vergleich zu der weiter oben aufgeführten Gleichung von Balmer, inne haben soll]. Es ist für:

$$\begin{aligned} m = 2: R \cdot [4/3] &= 121,6 \text{ nm } L_{\alpha} \\ m = 3: R \cdot [9/8] &= 102,6 \text{ nm } L_{\beta} \\ m = 4: R \cdot [16/15] &= 97,3 \text{ nm } L_{\gamma} \\ m = 5: R \cdot [25/24] &= 95,0 \text{ nm } L_{\delta} \\ m = 6: R \cdot [36/35] &= 93,8 \text{ nm } L_{\epsilon} \\ m = 7: R \cdot [49/48] &= 93,1 \text{ nm } L_{\zeta} \end{aligned}$$

2.4 Die Spektralserien im infraroten Bereich

Der aus Schwerin stammende Professor der Physik *Friedrich Paschen*, der 1924 zum Präsidenten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin-Charlottenburg berufen wurde und für seine äußerst vielfältigen Untersuchungen auf dem Gebiet der Wärmestrahlung und der ultravioletten Spektren wie auch für seine Beiträge zur Elektrochemie bekannt war, entdeckte die ersten beiden Linien der nach ihm benannten Serie der Wasserstoffspektren. Weitere Glieder dieser Paschenserie wurden im Jahr 1922 von *F. S. Brackett* und fünf Jahre später von *U. H. Poetker* gefunden.

Die Wellenlängen der im infraroten Bereich liegenden Spektrallinien des Wasserstoffes entsprechen den folgenden von der Struktur her sehr ähnlichen Gleichungen, wie jene für die Spektrallinien im sichtbaren Bereich:

$$\lambda = R \cdot [m^2 / (m^2 - 9)] \quad [\text{Paschen-Serie}]$$

$$\lambda = R \cdot [m^2 / (m^2 - 16)] \quad [\text{Brackett-Serie}]$$

$$\lambda = R \cdot [m^2 / (m^2 - 25)] \quad [\text{Pfund-Serie}]$$

Der Werte m in den Formeln seien der Reihe nach 4; 5; 6 und 7 [Paschen-Serie]; 5; 6 und 7 [Brackett-Serie] und 6 und 7 [Pfund-Serie] und R sei jeweils eine Konstante [wobei hier R hier die Werte von 820,6 nm (Paschen-Serie); 1.458,8 nm (Brackett-Serie) und 2.279,4 nm (Pfund-Serie), also dem 9fachen (Paschen-Serie); dem 16fachen (Brackett-Serie) und dem 25fachen (Pfund-Serie) des Wertes im Vergleich zum Wert von R in der Lyman-Serie inne haben soll]. Es ist für $R = 820,6$ nm [Paschen-Serie] und:

$$m = 4: R \cdot [16/7] = 1.875,6 \text{ nm Pa}_\alpha$$

$$m = 5: R \cdot [25/16] = 1.282,2 \text{ nm Pa}_\beta$$

$$m = 6: R \cdot [36/27] = 1.094,1 \text{ nm Pa}_\gamma$$

$$m = 7: R \cdot [49/40] = 1.005,2 \text{ nm Pa}_\delta$$

Es ist für $R = 1.458,8$ nm [Brackett-Serie] und:

$$m = 5: R \cdot [25/9] = 4.052,3 \text{ nm Br}_\alpha$$

$$m = 6: R \cdot [36/20] = 2.625,9 \text{ nm Br}_\beta$$

$$m = 7: R \cdot [49/33] = 2.166,1 \text{ nm Br}_\gamma$$

Es ist für $R = 2.279,4$ nm [Pfund-Serie] und:

$$m = 6: R \cdot [36/11] = 7.459,9 \text{ nm Pf}_\alpha$$

$$m = 7: R \cdot [49/24] = 4.653,8 \text{ nm Pf}_\beta$$

2.5 Die allgemeine Serienformel der Wasserstoffspektren

Die allgemeine Serienformel der Wasserstoffspektren setzt sich aus der Konstante $R_L = 91,176$ nm und den natürlichen ganzen Zahlen n und m zusammen, wobei m größer als n ist. Die allgemeine Serienformel für die Wellenlängen der Wasserstoffspektren lautet somit:

$$\lambda = R_L \cdot n^2 \cdot [m^2 / (m^2 - n^2)]$$

Für $n = 1$ und $m = 2; 3; 4; 5; 6$ und 7 erhält man die Serienformel der Lyman-Serie

$$\lambda = R_L \cdot 1^2 \cdot [m^2 / (m^2 - 1^2)] = \lambda = R_L \cdot 1 \cdot [m^2 / (m^2 - 1)]$$

Für $n = 2$ und $m = 3; 4; 5; 6$ und 7 erhält man die Serienformel der Balmer-Serie

$$\lambda = R_L \cdot 2^2 \cdot [m^2 / (m^2 - 2^2)] = R_L \cdot 4 \cdot [m^2 / (m^2 - 4)]$$

Für $n = 3$ und $m = 4; 5; 6$ und 7 erhält man die Serienformel der Paschen-Serie

$$\lambda = R_L \cdot 3^2 \cdot [m^2 / (m^2 - 3^2)] = R_L \cdot 9 \cdot [m^2 / (m^2 - 9)]$$

Für $n = 4$ und $m = 5; 6$ und 7 erhält man die Serienformel der Brackett-Serie

$$\lambda = R_L \cdot 4^2 \cdot [m^2 / (m^2 - 4^2)] = R_L \cdot 16 \cdot [m^2 / (m^2 - 16)]$$

Für $n = 5$ und $m = 6$ und 7 erhält man die Serienformel der Pfund-Serie

$$\lambda = R_L \cdot 5^2 \cdot [m^2 / (m^2 - 5^2)] = R_L \cdot 25 \cdot [m^2 / (m^2 - 25)]$$

2.6 Balmers geometrische Konstruktion der Wasserstofflinien

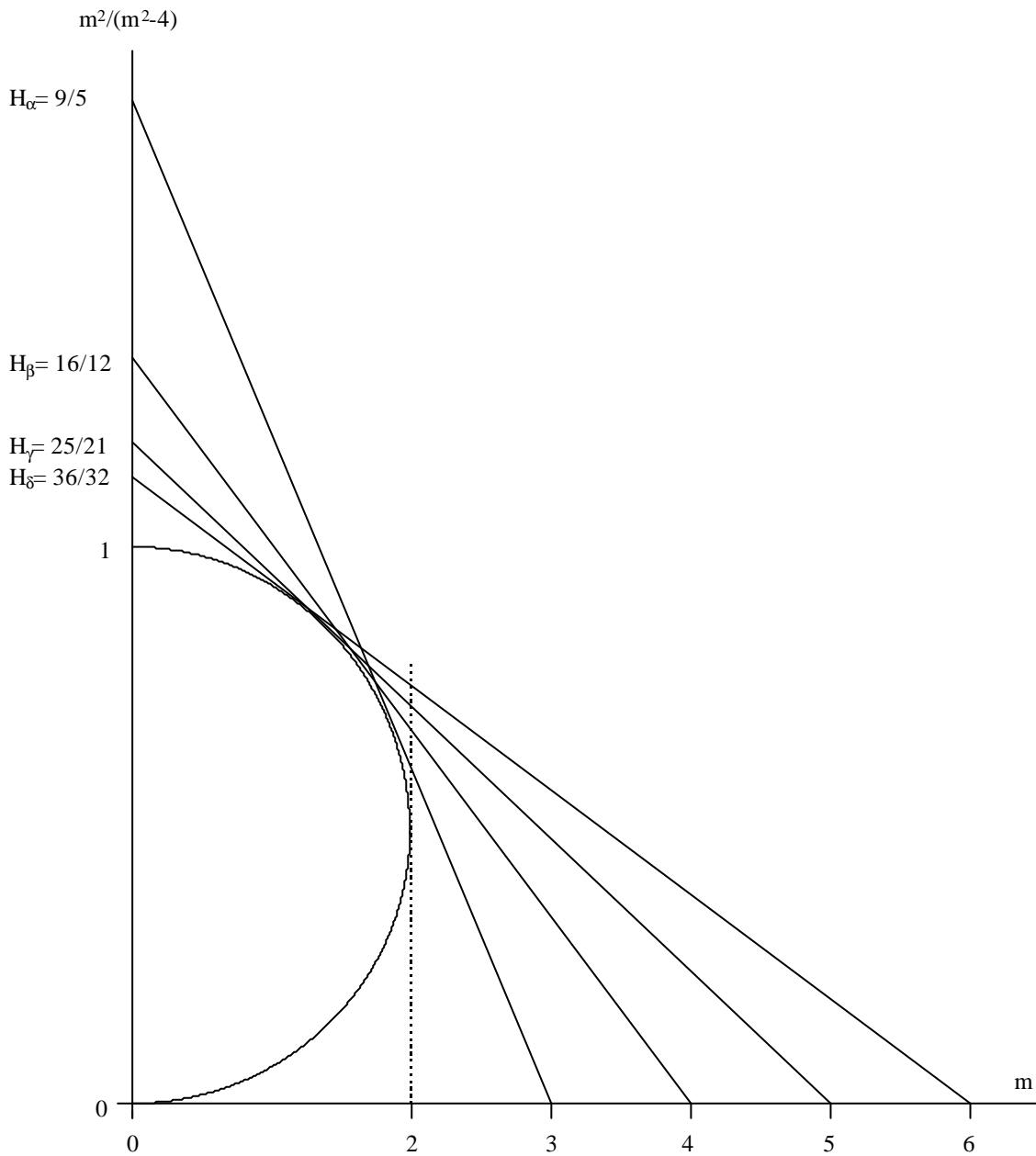


Abbildung 2 zeigt auf der vertikalen (senkrechten) Achse von oben nach unten die vier sichtbaren Wasserstofflinien in ihren Abstandsverhältnissen [$H_\alpha = 9/5$; $H_\beta = 16/12 = 4/3$; $H_\gamma = 25/21$ und $H_\delta = 36/32 = 9/8$], während die dazugehörigen Werte für $m = 3; 4; 5$ und 6 in einem viermal engeren Maßstab auf der horizontalen (waagerechten) Achse aufgetragen sind. Die vier Verbindungslinien der entsprechenden Punkte sind Tangenten am Kreisbogen. Auffällig ist hier die harmonikale Struktur der einzelnen Abstandsverhältnisse, mit denen R multipliziert wird. $9/5$ ist das Schwingungsverhältnis der kleinen Septime, $4/3$ das der Quarte und $9/8$ das des natürlichen Ganztones. Es zeigt sich, daß auch in den Quantensprüngen auf atomarer Ebene die Proportionen der Energiestufen an klassischen harmonikalen Prinzipien orientiert sind.

Auch die Abstandsverhältnisse (als Brüche gelesen) der Wellenlängen der Spektrallinien der Lyman-Serie sind rein harmonikal strukturiert und bilden jeweils Schrittintervalle der natürlichen Obertonreihe [$L_\alpha = 4/3$; $L_\beta = 9/8$; $L_\gamma = 16/15$; $L_\delta = 25/24$; $L_\epsilon = 36/35$ und $L_\zeta = 49/48$].

2.7 Wasserstoff-Spektrallinien (Übersicht)

Wellenlängen in Nanometer und Differenzen der Wellenlängen (Abstände)

Lyman-Serie		K (1) =	91,176 nm		Abstände
L- α	Wellenlänge $l = K (1)*4/3$		121,568 nm		
L- β	Wellenlänge $l = K (1)*9/8$		102,573 nm	L- α - L- β =	18,995 nm
L- γ	Wellenlänge $l = K (1)*16/15$		97,255 nm	L- β - L- γ =	5,319 nm
L- δ	Wellenlänge $l = K (1)*25/24$		94,975 nm	L- γ - L- δ =	2,279 nm
L- ϵ	Wellenlänge $l = K (1)*36/35$		93,781 nm	L- δ - L- ϵ =	1,194 nm
L- ζ	Wellenlänge $l = K (1)*49/48$		93,076 nm	L- ϵ - L- ζ =	0,706 nm
Balmer-Serie		K (4) =	364,705 nm		
H- α	Wellenlänge $l = K (4)*9/5$		656,470 nm		
H- β	Wellenlänge $l = K (4)*16/12$		486,274 nm	H- α - H- β =	170,196 nm
H- γ	Wellenlänge $l = K (4)*25/21$		434,173 nm	H- β - H- γ =	52,101 nm
H- δ	Wellenlänge $l = K (4)*36/32$		410,294 nm	H- γ - H- δ =	23,880 nm
H- ϵ	Wellenlänge $l = K (4)*49/45$		397,124 nm	H- δ - H- ϵ =	13,170 nm
Paschen-Serie		K (9) =	820,587 nm		
Pa- α	Wellenlänge $l = K (9)*16/7$		1.875,628 nm		
Pa- β	Wellenlänge $l = K (9)*25/16$		1.282,168 nm	Pa- α - Pa- β =	593,460 nm
Pa- γ	Wellenlänge $l = K (9)*36/27$		1.094,116 nm	Pa- β - Pa- γ =	188,051 nm
Pa- δ	Wellenlänge $l = K (9)*49/40$		1.005,219 nm	Pa- γ - Pa- δ =	88,897 nm
Brackett-Serie		K (16) =	1.458,822 nm		
Br- α	Wellenlänge $l = K (16)*25/9$		4.052,283 nm		
Br- β	Wellenlänge $l = K (16)*36/20$		2.625,879 nm	Br- α - Br- β =	1.426,403 nm
Br- γ	Wellenlänge $l = K (16)*49/33$		2.166,129 nm	Br- β - Br- γ =	459,750 nm
Pfund-Serie		K (25) =	2.279,409 nm		
Pf- α	Wellenlänge $l = K (25)*36/11$		7.459,884 nm		
Pf- β	Wellenlänge $l = K (25)*49/24$		4.653,793 nm	Pf- α - Pf- β =	2.806,091 nm

Tabelle 1 zeigt die Zusammenstellung der Wellenlängen der Wasserstoff-Spektrallinien und die jeweiligen Differenzen zweier benachbarter Linien. Bei einem Sprung des Elektrons von Bahn 2 nach Bahn 1 ist der frei werdende Energiebetrag 10,19 eV (Elektronenvolt); das entspricht einer Wellenlänge von 121,568 nm. Diese Spektrallinie liegt im Ultraviolettbereich. Ein Sprung von Bahn 3 nach Bahn 1 führt zu einer Spektrallinie bei 102,573 nm. Ein Sprung von Bahn 4 auf Bahn 1 führt zu einer Spektrallinie bei 97,255 nm, und so weiter. Bei Sprüngen, die auf Bahn 1 enden, bildet sich eine bestimmte Serie von Spektrallinien heraus, die als Lyman-Serie bekannt ist. Die Bezeichnungen der einzelnen Linien lauten L_α , L_β , L_γ und so weiter. Weitgehend im sichtbaren Bereich liegt die Balmer-Serie des Wasserstoffes. Diese Sprünge enden jeweils auf der 2. Bahn. Bei einem Elektronensprung von Bahn 3 auf Bahn 2 entsteht die Linie H_α bei 656,470 nm. Bei einem Elektronensprung von Bahn 4 auf Bahn 2 entsteht die Linie H_β bei 486,274 nm. Bei einem Elektronensprung von Bahn 5 auf Bahn 2 entsteht die Linie H_γ bei 434,173 nm, und so weiter. Alle weiteren Serien liegen im infraroten Bereich. Bei der Paschen-Serie enden die Sprünge auf Bahn 3, bei der Brackett-Serie auf Bahn 4 und bei der Pfund-Serie auf Bahn 5.

3 Wasserstoff-Spektralfrequenzen

3.1 Aufbau und Struktur der Serien

Die Frequenzen der einzelnen der einzelnen Spektrallinien des Wasserstoffes im sichtbaren Bereich lassen sich durch eine mathematische Beziehung berechnen, deren Grundstruktur, wie schon erwähnt, *Johann Jakob Balmer* im Jahre 1885 fand. Diese Beziehung wird auch als Serien-Formel für die Frequenzen des sichtbaren Wasserstoffspektrums bezeichnet:

$$f = c \cdot R \cdot (1/2^2 - 1/m^2)$$

wobei c für die Lichtgeschwindigkeit ($2,997\,925 \cdot 10^{17} \text{ nm} \cdot \text{sec}^{-1}$), R für die Wellenzahl der Rydberg-Konstante ($0,010\,967\,758 \text{ nm}^{-1}$) und m für eine natürliche ganze Zahl gleich oder größer 3 steht (3; 4; 5; 6 und so weiter). Setzt man die bezeichneten Werte in die Formel ein, erhält man die Frequenzen der einzelnen Linien der Balmer-Serie. Es ist:

$$c \cdot R = 2,997\,925 \cdot 10^{17} \text{ nm} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot 0,010\,967\,758 \text{ nm}^{-1} = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1} = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

und durch Einsetzen der Werte 3; 4; 5; 6; 7 und so weiter für m erhält man die Frequenzen f die einzelnen **Spektrallinien der Balmer-Serie**:

$$\begin{aligned} f_{\text{H-}\alpha} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/4 - 1/9) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 5/36 = 4,566\,738 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_{\text{H-}\beta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/4 - 1/16) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 3/16 = 6,165\,097 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_{\text{H-}\gamma} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/4 - 1/25) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 21/100 = 6,904\,908 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_{\text{H-}\delta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/4 - 1/36) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 2/9 = 7,306\,781 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_{\text{H-}\epsilon} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/4 - 1/49) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 45/196 = 7,549\,098 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Die allgemeine Serien-Formel für alle Frequenzen der Spektren des Wasserstoffes lautet:

$$f = c \cdot R \cdot (1/n^2 - 1/m^2); \quad m \geq n + 1$$

wobei c für die Lichtgeschwindigkeit ($2,997\,925 \cdot 10^{17} \text{ nm} \cdot \text{sec}^{-1}$), R für die Wellenzahl der Rydberg-Konstante ($0,010\,967\,758 \text{ nm}^{-1}$) und n für eine natürliche ganze Zahl gleich oder größer 1 steht (1; 2; 3; 4; 5 und so weiter) und m für eine natürliche ganze Zahl, die größer als n ist.

Setzt man $n = 1$, dann beginnt die Zahlenfolge für m mit 2. Die Ergebnisse der eingesetzten Werte in der allgemeinen Serien-Formel für $n = 1$ und $m = 2; 3; 4; 5$ und so weiter entsprechen den **Spektralfrequenzen der Lyman-Serie**:

$$\begin{aligned} f_{\text{L-}\alpha} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1 - 1/4) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 3/4 = 2,466\,039 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \\ f_{\text{L-}\beta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1 - 1/9) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 8/9 = 2,922\,712 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \\ f_{\text{L-}\gamma} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1 - 1/16) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 15/16 = 3,082\,548 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \\ f_{\text{L-}\delta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1 - 1/25) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 24/25 = 3,156\,529 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \\ f_{\text{L-}\epsilon} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1 - 1/36) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 35/36 = 3,196\,717 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \\ f_{\text{L-}\zeta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1 - 1/49) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 48/49 = 3,220\,948 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Setzt man $n = 2$, dann beginnt die Zahlenfolge für m mit 3. Die Ergebnisse der eingesetzten Werte in der allgemeinen Serien-Formel für $n = 2$ und $m = 3; 4; 5; 6$ und so weiter entsprechen den **Spektralfrequenzen der Balmer-Serie**, die bereits erläutert und dargestellt wurde.

Setzt man $n = 3$, dann beginnt die Zahlenfolge für m mit 4 und die Ergebnisse der eingesetzten Werte in der allgemeinen Serien-Formel für $n = 3$ und $m = 4; 5$ und so weiter entsprechen dann den **Spektralfrequenzen der Paschen-Serie** :

$$\begin{aligned} f_{\text{Pa-}\alpha} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/9 - 1/16) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 7/144 = 1,598\,358 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_{\text{Pa-}\beta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/9 - 1/25) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 16/225 = 2,338\,170 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_{\text{Pa-}\gamma} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/9 - 1/36) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 1/12 = 2,740\,043 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_{\text{Pa-}\delta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/9 - 1/49) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 40/441 = 2,982\,360 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Setzt man $n = 4$, dann beginnt die Zahlenfolge für m mit 5 und die Ergebnisse der eingesetzten Werte in der allgemeinen Serien-Formel für $n = 4$ und $m = 5; 6$ und so weiter entsprechen dann den **Spektralfrequenzen der Brackett-Serie** :

$$\begin{aligned} f_{\text{Br-}\alpha} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/16 - 1/25) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 9/400 = 7,398\,116 \cdot 10^{13} \text{ Hz} \\ f_{\text{Br-}\beta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/16 - 1/36) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 5/144 = 1,141\,685 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \\ f_{\text{Br-}\gamma} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/16 - 1/49) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 33/784 = 1,384\,001 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Setzt man $n = 5$, dann beginnt die Zahlenfolge für m mit 6 und die Ergebnisse der eingesetzten Werte in der allgemeinen Serien-Formel für $n = 5$ und $m = 6; 7$ und so weiter entsprechen dann den **Spektralfrequenzen der Pfund-Serie** :

$$\begin{aligned} f_{\text{Pf-}\alpha} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/25 - 1/36) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 11/900 = 4,018\,730 \cdot 10^{13} \text{ Hz} \\ f_{\text{Pf-}\beta} &= 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot (1/25 - 1/49) = 3,288\,051 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \cdot 24/1225 = 6,441\,897 \cdot 10^{13} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Die Linien der Spektralserien des Wasserstoffes haben innerhalb jeder Serie beginnend mit der Alpha-Linie zunehmende Frequenzwerte, wobei die in immer kleiner werdenden Abstände auf einen für jede Serie typischen Grenzwert hin tendieren.

3.2 Die wechselseitige Beziehungen von Wellenlängen und Frequenzen

Für die Umrechnung der Wellenlängen in die zugehörigen Frequenzen, respektive der Frequenzen in die zugehörigen Wellenlängen gelten die beiden folgenden Formeln:

$$\lambda = c / f \quad \text{und} \quad f = c / \lambda$$

wobei λ die Wellenlänge, c die Lichtgeschwindigkeit ($2,997\,925 \cdot 10^{17} \text{ nm} \cdot \text{sec}^{-1}$) und f die Frequenz ist. Das heißt, will man von einer bekannten Frequenz die zugehörige Wellenlänge errechnen, dann muß die Lichtgeschwindigkeit durch die bekannte Frequenz geteilt werden und wenn man zu einer bereits bekannten Wellenlänge die entsprechende Frequenz errechnen will, dann muß die Lichtgeschwindigkeit durch die bekannte Wellenlänge geteilt werden. Als Resultat erhält man die jeweils gesuchte Größe.

3.3 Wasserstoff-Spektralfrequenzen (Übersicht)

Originalfrequenzen der emittierten respektive resorbierten Spektren

Lyman-Serie		$f(1) = c * R =$	3,288051E+15 Hz
L- α	Frequenz $f = c * R * (1 - (1/4))$	=	2,466039E+15 Hz
L- β	Frequenz $f = c * R * (1 - (1/9))$	=	2,922712E+15 Hz
L- γ	Frequenz $f = c * R * (1 - (1/16))$	=	3,082548E+15 Hz
L- δ	Frequenz $f = c * R * (1 - (1/25))$	=	3,156529E+15 Hz
L- ϵ	Frequenz $f = c * R * (1 - (1/36))$	=	3,196717E+15 Hz
L- ζ	Frequenz $f = c * R * (1 - (1/49))$	=	3,220948E+15 Hz
Balmer-Serie		$f(1/4) = c * R * (1/4) =$	8,220129E+14 Hz
H- α	Frequenz $f = c * R * ((1/4) - (1/9))$	=	4,566738E+14 Hz
H- β	Frequenz $f = c * R * ((1/4) - (1/16))$	=	6,165097E+14 Hz
H- γ	Frequenz $f = c * R * ((1/4) - (1/25))$	=	6,904908E+14 Hz
H- δ	Frequenz $f = c * R * ((1/4) - (1/36))$	=	7,306781E+14 Hz
H- ϵ	Frequenz $f = c * R * ((1/4) - (1/49))$	=	7,549098E+14 Hz
Paschen-Serie		$f(1/9) = c * R * (1/9) =$	3,653391E+14 Hz
Pa- α	Frequenz $f = c * R * ((1/9) - (1/16))$	=	1,598358E+14 Hz
Pa- β	Frequenz $f = c * R * ((1/9) - (1/25))$	=	2,338170E+14 Hz
Pa- γ	Frequenz $f = c * R * ((1/9) - (1/36))$	=	2,740043E+14 Hz
Pa- δ	Frequenz $f = c * R * ((1/9) - (1/49))$	=	2,982360E+14 Hz
Brackett-Serie		$f(1/16) = c * R * (1/16) =$	2,055032E+14 Hz
Br- α	Frequenz $f = c * R * ((1/16) - (1/25))$	=	7,398116E+13 Hz
Br- β	Frequenz $f = c * R * ((1/16) - (1/36))$	=	1,141685E+14 Hz
Br- γ	Frequenz $f = c * R * ((1/16) - (1/49))$	=	1,384001E+14 Hz
Pfund-Serie		$f(1/25) = c * R * (1/25) =$	1,315221E+14 Hz
Pf- α	Frequenz $f = c * R * ((1/25) - (1/36))$	=	4,018730E+13 Hz
Pf- β	Frequenz $f = c * R * ((1/25) - (1/49))$	=	6,441897E+13 Hz

Tabelle 2 zeigt die Originalfrequenzen der emittierten, respektive resorbierten Spektren des Wasserstoffes. Die α -Frequenz jeder Serie hat jeweils den niedrigsten Wert und in der Folge β , γ , δ , ϵ und so weiter steigen die Werte der Frequenzen sukzessive an und tendieren jeweils zu einem Grenzwert hin. Die Lyman-Serie liegt im höchsten Frequenzband, die Balmer-Serie im zweithöchsten Frequenzband, die Paschen-Serie im dritthöchsten, die Brackett-Serie im vierthöchsten und die Pfund-Serie im niedrigsten Frequenzband.

3.4 Geometrische Entwicklung der Spektralserien des Wasserstoffes

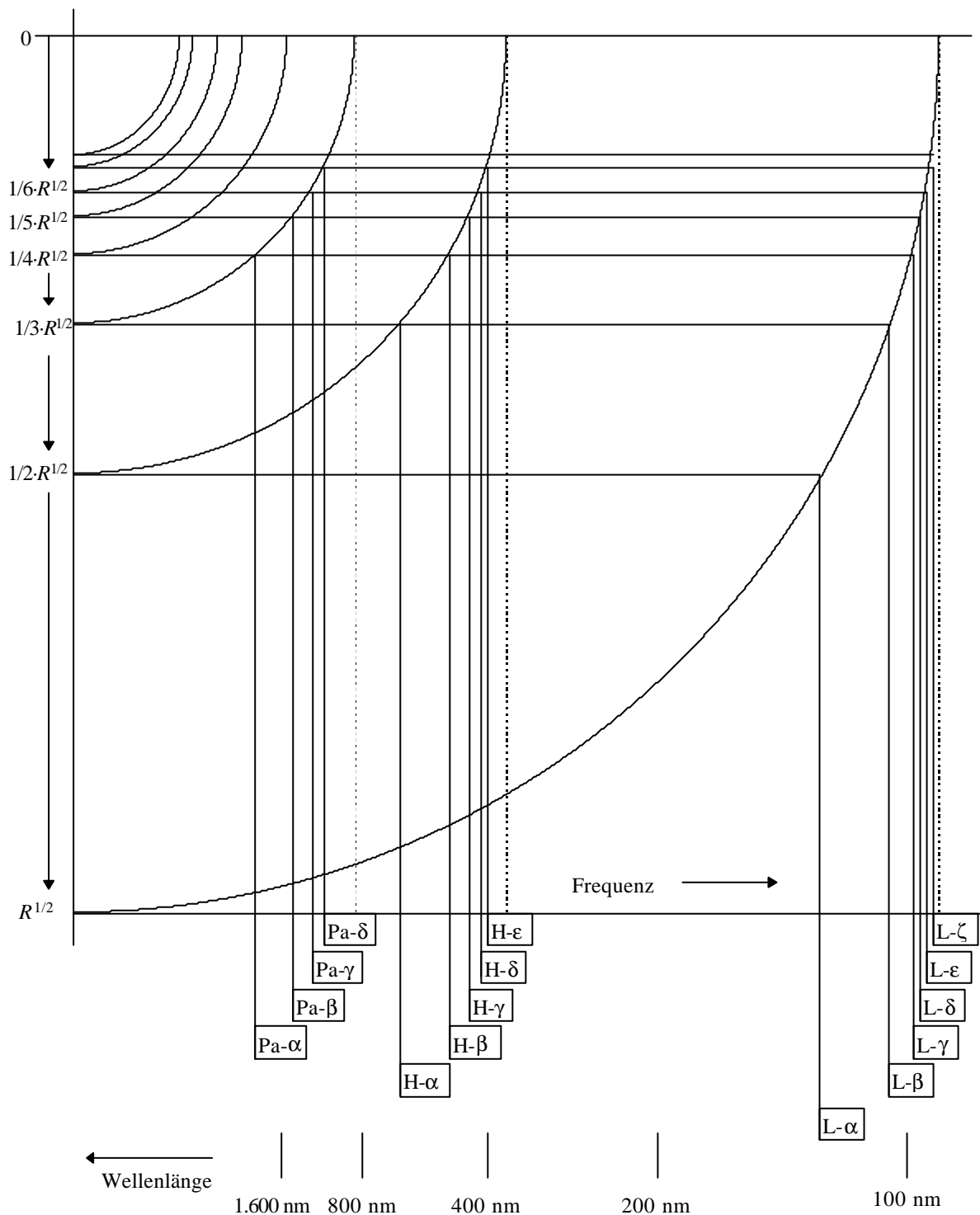


Abbildung 3 zeigt die geometrische Entwicklung der Spektralserien des Wasserstoffes. Die Spektrallinien ordnen sich in eine Skala, die proportional ist zur Quadratwurzel aus der Frequenz. Darunter sind die zugehörigen Wellenlängen angegeben. Die gestrichelt gezeichneten Linien bezeichnen jeweils die obere Grenze des Frequenzbandes der einzelnen Serien.

3.5 Trigonometrische Herleitung der Wasserstoff-Spektralfrequenzen

Originalfrequenzen der emittierten respektive resorbierten Spektren

Lyman-Serie		$f(1) = c \cdot R =$	3,288051E+15 Hz
L- α	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (\cos(\arcsin(1/2)))^2$	=	2,466039E+15 Hz
L- β	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (\cos(\arcsin(1/3)))^2$	=	2,922712E+15 Hz
L- γ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (\cos(\arcsin(1/4)))^2$	=	3,082548E+15 Hz
L- δ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (\cos(\arcsin(1/5)))^2$	=	3,156529E+15 Hz
L- ϵ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (\cos(\arcsin(1/6)))^2$	=	3,196717E+15 Hz
L- ζ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (\cos(\arcsin(1/7)))^2$	=	3,220948E+15 Hz
Balmer-Serie		$f(1/4) = c \cdot R \cdot (1/4) =$	8,22013E+14 Hz
H- α	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/4) \cdot (\cos(\arcsin(2/3)))^2$	=	4,566738E+14 Hz
H- β	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/4) \cdot (\cos(\arcsin(2/4)))^2$	=	6,165097E+14 Hz
H- γ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/4) \cdot (\cos(\arcsin(2/5)))^2$	=	6,904908E+14 Hz
H- δ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/4) \cdot (\cos(\arcsin(2/6)))^2$	=	7,306781E+14 Hz
H- ϵ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/4) \cdot (\cos(\arcsin(2/7)))^2$	=	7,549098E+14 Hz
Paschen-Serie		$f(1/9) = c \cdot R \cdot (1/9) =$	3,653391E+14 Hz
Pa- α	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/9) \cdot (\cos(\arcsin(3/4)))^2$	=	1,598358E+14 Hz
Pa- β	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/9) \cdot (\cos(\arcsin(3/5)))^2$	=	2,338170E+14 Hz
Pa- γ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/9) \cdot (\cos(\arcsin(3/6)))^2$	=	2,740043E+14 Hz
Pa- δ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/9) \cdot (\cos(\arcsin(3/7)))^2$	=	2,982360E+14 Hz
Brackett-Serie		$f(1/16) = c \cdot R \cdot (1/16) =$	2,055032E+14 Hz
Br- α	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/16) \cdot (\cos(\arcsin(4/5)))^2$	=	7,398116E+13 Hz
Br- β	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/16) \cdot (\cos(\arcsin(4/6)))^2$	=	1,141685E+14 Hz
Br- γ	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/16) \cdot (\cos(\arcsin(4/7)))^2$	=	1,384001E+14 Hz
Pfund-Serie		$f(1/25) = c \cdot R \cdot (1/25) =$	1,315221E+14 Hz
Pf- α	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/25) \cdot (\cos(\arcsin(5/6)))^2$	=	4,018730E+13 Hz
Pf- β	Frequenz $f = c \cdot R \cdot (1/25) \cdot (\cos(\arcsin(5/7)))^2$	=	6,441897E+13 Hz

Tabell 3 zeigt die trigonometrische Herleitung der Frequenzen der Wasserstoffspektren. Aus der geometrischen Entwicklung der Spektralserien des Wasserstoffes gemäß Abbildung 3 lassen sich die trigonometrischen Berechnungen der einzelnen Frequenzen der Spektrallinien herleiten. Im rechtwinkligen Dreieck nennt man die längste Dreiecksseite, die gegenüber des rechten Winkels liegt, Hypotenuse und die beiden kürzeren Dreiecksseiten, die den rechten Winkel einschließen, Katheten. Das Verhältnis von Gegenkathete zu Hypotenuse nennt man Sinus (sin). Das Verhältnis der Ankathete zu Hypotenuse nennt man Cosinus (cos). Die Umkehrfunktion des Sinus nennt man Arcus Sinus (arc sin), somit gilt: $y = \sin x$ und $x = \arcsin y$. Zum Beispiel ist $\sin 30^\circ$ (Sinus von 30 Grad) = 0,5 und $\arcsin 0,5 = 30^\circ$. Und $\cos 30^\circ$ (Cosinus von 30 Grad) = 0,866 025 und weiter ist $(\cos 30^\circ)^2$ (Cosinus von 30 Grad im Quadrat) = $0,866\ 025^2 = 0,75$. Bei der Berechnung der Frequenz von L_α nach der Formel

$$f = c \cdot R \cdot [\cos(\arcsin(0,5))]^2$$

erhält man somit $f = c \cdot R \cdot 0,75 = 2,466\ 039 \cdot 10^{15}$ Hz.

3.6 Transposition der Wasserstoff-Spektralfrequenzen in den mittleren Hörbereich

	Urfrequenz	Oktav	Frequenz	Oktav	Frequenz
<u>Lyman-Serie</u>					
L- α	2,466039E+15 Hz	-40	2.242,85 Hz	-44	140,18 Hz
L- β	2,922712E+15 Hz	-40	2.658,19 Hz	-44	166,14 Hz
L- γ	3,082548E+15 Hz	-40	2.803,56 Hz	-44	175,22 Hz
L- δ	3,156529E+15 Hz	-40	2.870,85 Hz	-44	179,43 Hz
L- ϵ	3,196717E+15 Hz	-40	2.907,40 Hz	-44	181,71 Hz
L- ζ	3,220948E+15 Hz	-40	2.929,44 Hz	-44	183,09 Hz
Grenzwert:	3,288051E+15 Hz	-40	2.990,47 Hz	-44	186,90 Hz
<u>Balmer-Serie</u>					
H- α	4,566738E+14 Hz	-40	415,34 Hz	-42	103,84 Hz
H- β	6,165097E+14 Hz	-40	560,71 Hz	-42	140,18 Hz
H- γ	6,904908E+14 Hz	-40	628,00 Hz	-42	157,00 Hz
H- δ	7,306781E+14 Hz	-40	664,55 Hz	-42	166,14 Hz
H- ϵ	7,549098E+14 Hz	-40	686,59 Hz	-42	171,65 Hz
Grenzwert:	8,220129E+14 Hz	-40	747,62 Hz	-42	186,90 Hz
<u>Paschen-Serie</u>					
Pa- α	1,598358E+14 Hz	-40	145,37 Hz	-40	145,37 Hz
Pa- β	2,338170E+14 Hz	-40	212,66 Hz	-40	212,66 Hz
Pa- γ	2,740043E+14 Hz	-40	249,21 Hz	-40	249,21 Hz
Pa- δ	2,982360E+14 Hz	-40	271,24 Hz	-40	271,24 Hz
Grenzwert:	3,653391E+14 Hz	-40	332,27 Hz	-40	332,27 Hz
<u>Brackett-Serie</u>					
Br- α	7,398116E+13 Hz	-40	67,29 Hz	-39	134,57 Hz
Br- β	1,141685E+14 Hz	-40	103,84 Hz	-39	207,67 Hz
Br- γ	1,384001E+14 Hz	-40	125,87 Hz	-39	251,75 Hz
Grenzwert:	2,055032E+14 Hz	-40	186,90 Hz	-39	373,81 Hz
<u>Pfund-Serie</u>					
Pf- α	4,018730E+13 Hz	-40	36,55 Hz	-38	146,20 Hz
Pf- β	6,441897E+13 Hz	-40	58,59 Hz	-38	234,35 Hz
Grenzwert:	1,315221E+14 Hz	-40	119,62 Hz	-38	478,47 Hz

Tabelle 4 zeigt nach den Originalfrequenzen der einzelnen Spektrallinien und der Grenzfrequenzen der einzelnen Serien des Wasserstoffspektrums die Transposition derselben in die 40. Unteroktave und des weiteren die Transposition der Lyman-Serie in die 44. Unteroktave, der Balmer-Serie in die 42. Unteroktave, der Paschen-Serie in die 40. Unteroktave, der Brackett-Serie in die 39. Unteroktave und der Pfund-Serie in die 38. Unteroktave. In der 40. Unteroktave liegen alle Frequenzen im Hörbereich, so daß in dieser Transposition die wahren Frequenzverhältnisse aller Linien des Wasserstoffspektrums angehört werden können. Die nachfolgenden Transpositionen, die zwischen der 44. und 38. Unteroktave angesiedelt sind, geben die Frequenzen im mittleren Hörbereich wieder.

Graphische Darstellung der Wasserstoff-Spektralfrequenzen (Alle Frequenzwerte entsprechend der 40. Unteroktave der Originalfrequenzen)

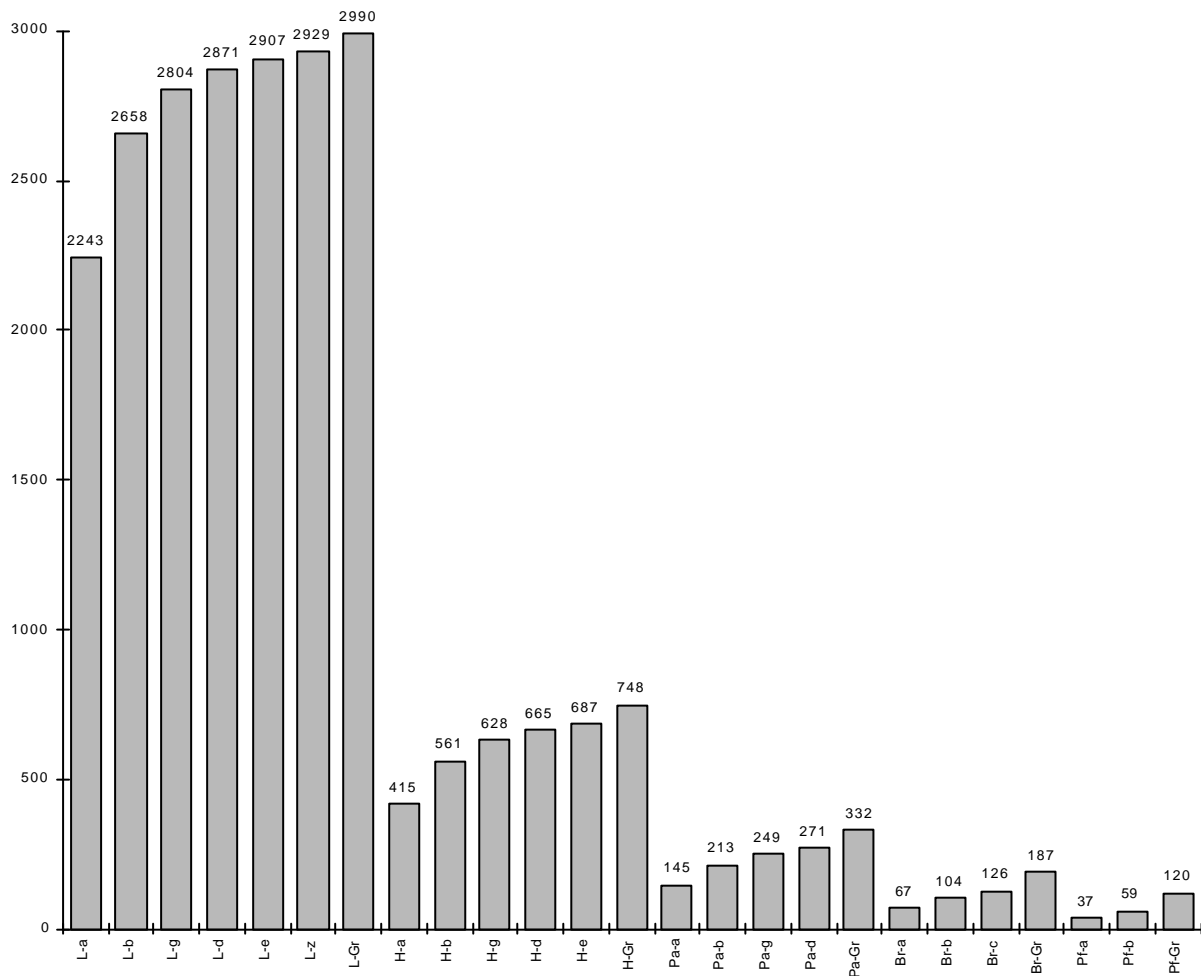


Abbildung 4 zeigt die Wasserstoff-Spektralfrequenzen in der 40. Unteroktave und die Grenzfrequenzen der einzelnen Serien. Über jeder Säule ist die Frequenz der einzelnen Spektrallinien wie auch der einzelnen Grenzfrequenzen gerundet als ganze Zahl in Hertz angegeben. Die linke Skala zeigt ebenso die Hertzzahl an (in Schritten von 500 Hertz).

Von links nach rechts sind der Reihe nach die Lyman-, Balmer-, Paschen-, Brackett- und die Pfund-Serie dargestellt. Die erste Säule links von jeder Gruppe entspricht der Alpha-Linie, die letzte Säule rechts zeigt den Grenzwert der entsprechenden Serie an.

Der Grenzwert der Lyman-Serie (L-Gr) ist 4mal so groß wie der Grenzwert der Balmer-Serie (H-Gr) und 16mal so groß wie der Grenzwert der Brackett-Serie (Br-Gr). Der Grenzwert der Lyman-Serie ist demzufolge zwei Oktave höher als der Grenzwert der Balmer-Serie und vier Oktaven höher als der Grenzwert der Brackett-Serie.

Der Grenzwert der Paschen-Serie (Pa-Gr) 9mal kleiner als der Grenzwert der Lyman-Serie, somit ist der Grenzwert der Paschen-Serie drei Oktaven und ein (pythagoräischer) Ganzton kleiner als der Grenzwert der Lyman-Serie.

Der Höhenunterschied der Säulen der Lyman- und Balmer-Grenzwerte gleich der Höhe der Säule der Alphalinie der Lyman-Serie ($L-a = L_{\alpha}$). Das heißt, die Differenz der Frequenzen der Grenzwerte der Lyman- und der Balmer-Serie gleich der Frequenz der Alphalinie der Lyman-Serie. Bei genauerer Betrachtung der Säulen kann man weitere analoge Zusammenhänge erkennen. Mehr Einzelheiten dazu folgen auf den nächsten Seiten.

Graphische Darstellung der Wasserstoff-Spektraltöne
(Alle Tonangaben entsprechend der 40. Unteroktave der Originalfrequenzen)

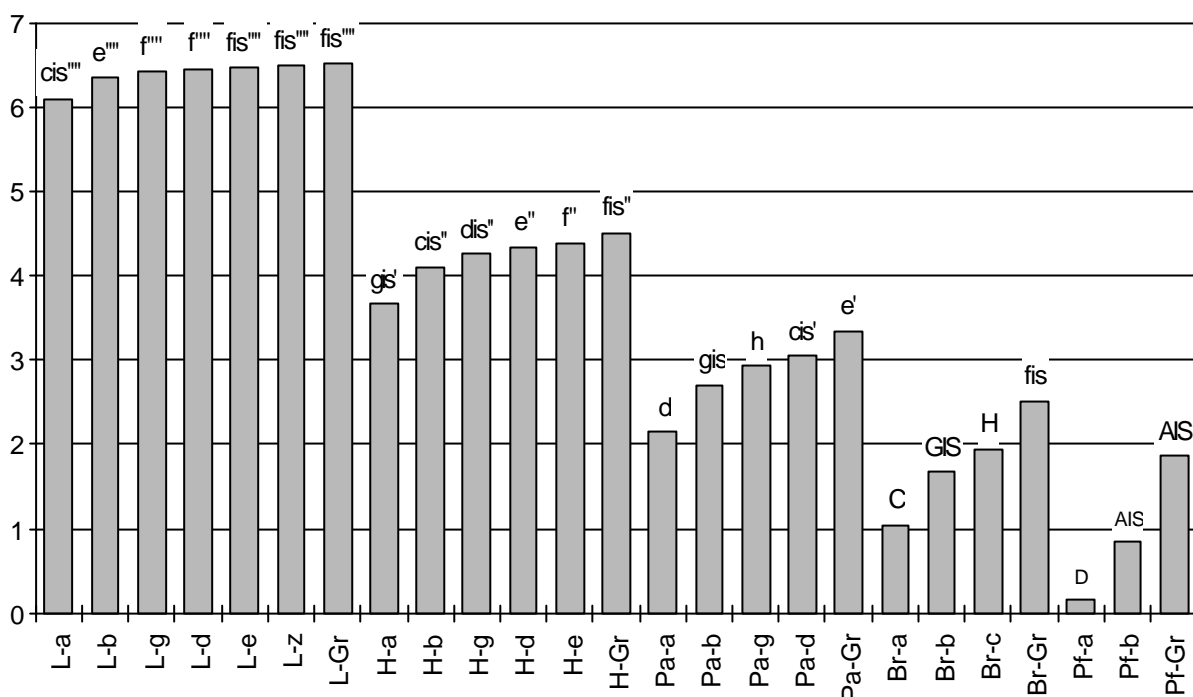


Abbildung 5 zeigt die Wasserstoff-Spektraltöne in der 40. Unteroktave und die Grenzfrequenzen der einzelnen Serien. Das ganze Spektrum umfaßt sieben Oktaven.

Die Lyman-Serie umfaßt den Intervallraum einer Quarte und ist in der höchsten Oktave angesiedelt. Der Grenzwert der Lyman-Serie entspricht der Frequenz der Rydbergkonstante für Wasserstoff. Die Quarte cis'''' (L_α) – fis'''' (L-Gr) hat genau das Schwingungsverhältnis 3 zu 4 und ist somit rein. Der Ganzton e'''' (L_β) – fis'''' (L-Gr) hat das Schwingungsverhältnis des pythadoräischen Ganztones von 8 zu 9. Der Halbton f'''' (L_γ) – fis'''' (L-Gr) hat das Schwingungsverhältnis eines diatonischen Halbtones von 15 zu 16. Der Halbton f'''' (L_δ) – fis'''' (L-Gr) hat das Schwingungsverhältnis eines kleinen diatonischen Halbtones (kleines Chroma) von 15 zu 16. Die letzten beiden Spektralfrequenzen der Lyman-Serie bilden keine harmonischen Intervalle zur Frequenz des Grenzwertes (L-Gr).

Die Balmer-Serie umfaßt den Intervallraum einer kleinen Septime und ihr Frequenzband ist genau zwei Oktaven unterhalb der Frequenz der Rydbergkonstante für Wasserstoff angesiedelt. Das Intervall gis' (H_α) – fis'' (H-Gr) ist eine kleine Septime mit dem Frequenzverhältnis 5 zu 9. Das Intervall cis'' (H_β) – fis'' (H-Gr) ist eine natürliche Quarte mit dem Schwingungsverhältnis 3 zu 4. Der Ton e'' (H_δ) bildet zum fis'' (H-Gr) das Intervall eines großen (pythagoräischen) Ganztones mit dem Schwingungsverhältnis von 8 zu 9 und liegt zwei Oktaven tiefer als das e'''' von (L_β) und eine Oktave höher als das e' der Grenzfrequenz der Paschen-Serie (Pa-Gr).

Die Paschen-Serie umfaßt den Intervallraum einer None (Oktave + Ganzton) und liegt drei bis vier Oktaven tiefer als die Lyman-Serie. Die Frequenz des h der Pa_γ -Linie liegt genau eine Duodezime (Oktave + Quinte) unterhalb des fis'' (H-Gr) und eine Quarte über dem fis (Br-Gr).

Die Brackett-Serie umfaßt den Intervallraum von anderthalb Oktaven und liegt vier bis fünf und die Pfund-Serie, beinahe zwei Oktaven umfassend, fünf bis sechs Oktaven unterhalb der Lyman-Serie.

3.7 Differenztöne der Wasserstoff-Spektralfrequenzen

Transposition in die 40. Unteroktave mit Angabe der Differenztöne von jeweils zwei nebeneinander liegenden Spektrallinien und deren Entsprechungen zu den Folgeserien

	Oktav	Frequenz	Differenz-Frequenz			
Lyman-Serie						
L- α	-40	2.242,85 Hz				
L- β	-40	2.658,19 Hz	L- β -	L- α =	415,34 Hz	= H- α
L- γ	-40	2.803,56 Hz	L- γ -	L- β =	145,37 Hz	= Pa- α
L- δ	-40	2.870,85 Hz	L- δ -	L- γ =	67,29 Hz	= Br- α
L- ϵ	-40	2.907,40 Hz	L- ϵ -	L- δ =	36,55 Hz	= Pf- α
L- ζ	-40	2.929,44 Hz	L- ζ -	L- ϵ =	22,04 Hz	= X- α
Grenzwert	-40	2.990,47 Hz	G-L -	G-H =	2.242,85 Hz	= L- α
Balmer-Serie						
H- α	-40	415,34 Hz				
H- β	-40	560,71 Hz	H- β -	H- α =	145,37 Hz	= Pa- α
H- γ	-40	628,00 Hz	H- γ -	H- β =	67,29 Hz	= Br- α
H- δ	-40	664,55 Hz	H- δ -	H- γ =	36,55 Hz	= Pf- α
H- ϵ	-40	686,59 Hz	H- ϵ -	H- δ =	22,04 Hz	= X- α
Grenzwert	-40	747,62 Hz	G-H -	G-Pa =	415,34 Hz	= H- α
Paschen-Serie						
Pa- α	-40	145,37 Hz				
Pa- β	-40	212,66 Hz	Pa- β -	Pa- α =	67,29 Hz	= Br- α
Pa- γ	-40	249,21 Hz	Pa- γ -	Pa- β =	36,55 Hz	= Pf- α
Pa- δ	-40	271,24 Hz	Pa- δ -	Pa- γ =	22,04 Hz	= X- α
Grenzwert	-40	332,27 Hz	G-Pa -	G-Br =	145,37 Hz	= Pa- α
Brackett-Serie						
Br- α	-40	67,29 Hz				
Br- β	-40	103,84 Hz	Br- β -	Br- α =	36,55 Hz	= Pf- α
Br- γ	-40	125,87 Hz	Br- γ -	Br- β =	22,04 Hz	= X- α
Grenzwert	-40	186,90 Hz	G-Br -	G-Pf =	67,29 Hz	= Br- α
Pfund-Serie						
Pf- α	-40	36,55 Hz				
Pf- β	-40	58,59 Hz	Pf- β -	Pf- α =	22,04 Hz	= X- α
Grenzwert	-40	119,62 Hz				

Tabelle 5 zeigt die Differenzen der Frequenzen von jeweils zwei benachbarten Linien in den einzelnen Serien auf. Die Differenzen entsprechen genau den Frequenzen der jeweiligen α -Linien der einzelnen Serien. Dies gilt auch für die Differenzen der Grenzfrequenzen von aufeinanderfolgenden Serien. Alle Frequenzen der α -Linien sind gleichermaßen Differenztöne benachbarter Grenzwert-Frequenzen wie auch benachbarter Spektrallinien-Frequenzen. Aus den α -Frequenzen können somit alle Frequenzen aller Spektrallinien durch Addition berechnet werden.

Herleitung von Spektral-Frequenzen aus den Differenzen der Grenzfrequenzen

Grenzfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
Lyman	2.990,5 Hz	Lyman - Balmer	2.242,9 Hz = α - Lyman	Lyman - Paschen	2.658,2 Hz = β - Lyman
Balmer	747,62 Hz	Balmer - Paschen	415,35 Hz = α - Balmer	Balmer - Brackett	560,72 Hz = β - Balmer
Paschen	332,27 Hz	Paschen - Brackett	145,37 Hz = α - Paschen	Paschen - Pfund	212,65 Hz = β - Paschen
Brackett	186,90 Hz	Bracket - Pfund	67,28 Hz = α - Brackett		
Pfund	119,62 Hz				
Grenzfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
Lyman	2.990,5 Hz	Lyman - Brackett	2.803,6 Hz = γ - Lyman	Lyman - Pfund	2.870,9 Hz = δ - Lyman
Balmer	747,62 Hz	Balmer - Pfund	628,00 Hz = γ - Balmer		
Paschen	332,27 Hz				
Brackett	186,90 Hz				
Pfund	119,62 Hz				

Entsprechungen von Linienfrequenzen und Differenzfrequenzen

Linienfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
α - Lyman	2.242,85 Hz	β - α =	415,35 Hz = α - Balmer	γ - α =	560,72 Hz = β - Balmer
β - Lyman	2.658,20 Hz	γ - β =	145,37 Hz = α - Paschen	δ - β =	212,65 Hz = β - Paschen
γ - Lyman	2.803,57 Hz	δ - γ =	67,28 Hz = α - Brackett	ϵ - γ =	103,83 Hz = β - Brackett
δ - Lyman	2.870,85 Hz	ϵ - δ =	36,55 Hz = α - Pfund	ζ - δ =	58,59 Hz = β - Pfund
ϵ - Lyman	2.907,40 Hz	ζ - ϵ =	22,04 Hz = α - X		
ζ - Lyman	2.929,44 Hz				
Linienfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
α - Lyman	2.242,85 Hz	δ - α =	628,00 Hz = γ - Balmer	ϵ - α =	664,55 Hz = δ - Balmer
β - Lyman	2.658,20 Hz	ϵ - β =	249,20 Hz = γ - Paschen	ζ - β =	271,24 Hz = δ - Paschen
γ - Lyman	2.803,57 Hz	ζ - γ =	125,87 Hz = γ - Brackett		
δ - Lyman	2.870,85 Hz				
ϵ - Lyman	2.907,40 Hz				
ζ - Lyman	2.929,44 Hz				
Linienfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
α - Lyman	2.242,85 Hz	ζ - α =	686,59 Hz = ϵ - Balmer		
β - Lyman	2.658,20 Hz				
γ - Lyman	2.803,57 Hz				
δ - Lyman	2.870,85 Hz				
ϵ - Lyman	2.907,40 Hz				
ζ - Lyman	2.929,44 Hz				
Linienfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
α - Balmer	415,35 Hz	β - α =	145,37 Hz = α - Paschen	γ - α =	212,65 Hz = β - Paschen
β - Balmer	560,72 Hz	γ - β =	67,28 Hz = α - Brackett	δ - β =	103,83 Hz = β - Brackett
γ - Balmer	628,00 Hz	δ - γ =	36,55 Hz = α - Pfund	ϵ - γ =	58,59 Hz = β - Pfund
δ - Balmer	664,55 Hz	ϵ - δ =	22,04 Hz = α - X		
ϵ - Balmer	686,59 Hz				
Linienfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
α - Balmer	415,35 Hz	δ - α =	249,20 Hz = γ - Paschen	ϵ - α =	271,24 Hz = δ - Paschen
β - Balmer	560,72 Hz	ϵ - β =	125,87 Hz = γ - Brackett		
γ - Balmer	628,00 Hz				
δ - Balmer	664,55 Hz				
ϵ - Balmer	686,59 Hz				
Linienfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
α - Paschen	145,37 Hz	β - α =	67,28 Hz = α - Brackett	γ - α =	103,83 Hz = β - Brackett
β - Paschen	212,65 Hz	γ - β =	36,55 Hz = α - Pfund	δ - β =	58,59 Hz = β - Pfund
γ - Paschen	249,20 Hz	δ - γ =	22,04 Hz = α - X		
δ - Paschen	271,24 Hz				
Linienfrequenz		Differenzfrequenz		Differenzfrequenz	
α - Paschen	145,37 Hz	δ - α =	125,87 Hz = γ - Brackett		
β - Paschen	212,65 Hz				
γ - Paschen	249,20 Hz				
δ - Paschen	271,24 Hz				

Tabelle 6 (oben) zeigt, wie aus den Grenzfrequenzen der Spektralserien verschiedene Frequenzen einzelner Spektrallinien als Differenzen der Ersten in Erscheinung treten.

Tabelle 7 (unten) zeigt, wie aus den verschiedenen Differenzfrequenzen der einzelnen Spektrallinien stets Frequenzen anderer Linien determiniert sind.

4 Stimmtechnische Hinweise

4.1 Frequenzen, Intervallfaktoren, Tonbezeichnungen, Centwerte und entsprechende chromatische Kammertöne (jeweils entsprechendes chromatisches a')

	Oktav	Frequenz	Intervallfaktor vom A=110 Hz	Centwert vom A	Ton	Centwert zu Normton	Entsprechendes chromatisches a'
Lyman-Serie							
L- α	-44	140,18 Hz	1,27435	419,71	cis	19,71	445,04
L- β	-44	166,14 Hz	1,51034	713,84	e	13,84	443,53
L- γ	-44	175,22 Hz	1,59293	806,02	f	6,02	441,53
L- δ	-44	179,43 Hz	1,63116	847,08	f	47,08	452,13
L- ε	-44	181,71 Hz	1,65193	868,98	fis	-31,02	432,19
L- ζ	-44	183,09 Hz	1,66445	882,06	fis	-17,94	435,46
Grenzwert:	-44	186,90 Hz	1,69913	917,75	fis	17,75	444,54
Balmer-Serie							
H- α	-41	207,67 Hz	1,88792	1.100,16	gis	0,16	440,04
H- β	-42	140,18 Hz	1,27435	419,71	cis	19,71	445,04
H- γ	-42	157,00 Hz	1,42727	615,91	dis	15,91	444,06
H- δ	-42	166,14 Hz	1,51034	713,84	e	13,84	443,53
H- ε	-42	171,65 Hz	1,56042	770,33	f	-29,67	432,52
Grenzwert:	-42	186,90 Hz	1,69913	917,75	fis	17,75	444,54
Paschen-Serie							
Pa- α	-40	145,37 Hz	1,32154	482,67	d	-17,33	435,62
Pa- β	-40	212,66 Hz	1,93323	1.141,22	gis	41,22	450,60
Pa- γ	-40	249,21 Hz	2,26550	1.415,80	h	15,80	444,03
Pa- δ	-40	271,24 Hz	2,46585	1.562,51	cis'	-37,49	430,57
Grenzwert:	-40	332,27 Hz	3,02067	1.913,84	e'	13,84	443,53
Brackett-Serie							
Br- α	-39	134,57 Hz	1,22337	349,04	c	49,04	452,64
Br- β	-39	207,67 Hz	1,88792	1.100,16	gis	0,16	440,04
Br- γ	-39	251,75 Hz	2,28862	1.433,37	h	33,37	448,56
Grenzwert:	-39	373,81 Hz	3,39826	2.117,75	fis'	17,75	444,54
Pfund-Serie							
Pf- α	-38	146,20 Hz	1,32910	492,53	d	-7,47	438,11
Pf- β	-38	234,35 Hz	2,13050	1.309,43	ais	9,43	442,40
Grenzwert:	-38	478,47 Hz	4,34977	2.545,13	ais'	45,13	451,62

Tabelle 8 zeigt in der dritten Spalte die in den mittleren Hörbereich oktavierten Frequenzen aller Spektrallinien und Grenzwerte mit den entsprechenden Oktavzahlen in der zweiten Spalte an. In der vierten Spalte steht der Intervallfaktor ausgehend vom A = 110 Hz [Frequenz geteilt durch 110 Hz]. In der fünften Spalte steht der Centwert des entsprechenden Intervalls [$\log(\text{Intervallfaktor}) / \log 2 \cdot 1.200$]. In der sechsten Spalte steht die Tonbezeichnung und in der siebten Spalte der Centwert des Intervalls zum nächstliegenden Normton der gleichschwebenden temperierten Skala [Basis $a' = 440$ Hz]. In der letzten Spalte ist das gleichschwebende temperierte a' bezogen auf die entsprechende Spektralfrequenz angegeben [entsprechendes chromatisches a'].

4.2 Stimmlätter mit Umrechnungstabellen für Echo-, Hall- und Loopzeiten

4.2.1 Rydbergkonstante für Wasserstoff

Grenzwert: Lyman-Serie, Balmer-Serie (-2 Oktaven) und Brackett-Serie (-4 Oktaven)

Rydbergkonstante für Wasserstoff				
Grundton:	fis = 186,90 Hz			
Centwert:	17,75 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	444,54 Hz			
Microtone (+/-64):	11			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	75			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	70			
Beats per minute:	43,8	87,6	175,2	
1/4 Note in Millisek.:	1.369,7	684,8	342,4	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
	Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute
	-54	5.478,7	0,18	11,0
	-53	2.739,4	0,37	21,9
	-52	1.369,7	0,73	43,8
	-51	684,8	1,46	87,6
	-50	342,4	2,92	175,2
	-49	171,2	5,84	350,4
	-48	85,6	11,68	700,9
	-47	42,8	23,36	1.401,8
	-46	21,4	46,73	2.803,6
	-45	10,7	93,45	5.607,1
	-44	5,4	186,90	11.214,2
	-43	2,7	373,81	22.428,5
	-42	1,3	747,62	44.857,0
	-41	0,7	1.495,23	89.713,9
	-40	0,3	2.990,46	179.427,9
	-39	0,2	5.980,93	358.855,8
	-38	0,1	11.961,86	717.711,6

Tabelle 9: Stimmlatt zur Rydbergkonstante für Wasserstoff (Grenzwert: Lyman, Balmer, Brackett)

Erläuterungen zu den Stimmlättern

Tonbezeichnungen sind immer relativ zu einem festgelegten Grundton.. Industriestandard ist heute ein Kammerton a' = 440 Hz. Die 11 weiteren standardisierten Töne der Tonleiter sind wohltemperiert nach dem Prinzip der gleichschwebenden Stimmung festgelegt. Das Intervall von Halbton zu Halbton hat stets den gleichen Intervallfaktor von $1,059\ 463 = 2^{1/12}$ (12. Wurzel aus zwei). Die 12 Töne der Standardstimmung haben somit in der eingestrichenen Oktave die Frequenzen:

Frequenzen der 12 Tonstufen in der eingestrichenen Oktave (Norm-Stimmung a' = 440 Hz)

c'	261,63 Hz	e'	329,63 Hz	gis'	415,30 Hz
cis'	277,18 Hz	f'	349,23 Hz	a'	440,00 Hz
d'	293,66 Hz	fis'	369,99 Hz	ais'	466,16 Hz
dis'	311,13 Hz	g'	392,00 Hz	h'	493,88 Hz

4.2.2 Grenzwert Paschen-Serie

Neunter Unterton der Rydbergkonstante für Wasserstoff = 1/9 der Rydberg-Grundfrequenz
(Rydbergkonstante -3 Oktaven -1 pythagoräischer Ganzton oder -2 Oktaven -2 Quinten)

Grenzwert Paschen-Serie			
Grundton:	e = 166,14 Hz		
Centwert:	13,84 Cent		
Entsprechendes chromatisches a':	443,53 Hz		
Microtune (+/-64):	9		
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	73		
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	68		
Beats per minute:	38,9	77,9	155,8
1/4 Note in Millisek.:	1.540,9	770,4	385,2
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten			
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute
-51	6.163,6	0,16	9,7
-50	3.081,8	0,32	19,5
-49	1.540,9	0,65	38,9
-48	770,4	1,30	77,9
-47	385,2	2,60	155,8
-46	192,6	5,19	311,5
-45	96,3	10,38	623,0
-44	48,2	20,77	1.246,0
-43	24,1	41,53	2.492,1
-42	12,0	83,07	4.984,1
-41	6,0	166,14	9.968,2
-40	3,0	332,27	19.936,4
-39	1,5	664,55	39.872,9
-38	0,8	1.329,10	79.745,7
-37	0,4	2.658,19	159.491,5
-36	0,2	5.316,38	318.983,0
-35	0,1	10.632,77	637.965,9

Tabelle 10: Stimmlatt zum Grenzwert der Paschen-Serie

Erläuterungen zu den Stimmlättern

Tonbezeichnungen (Fortsetzung) Von Oktave zu Oktave verdoppeln oder halbieren sich die Frequenzen. Die 12 Töne der Standardstimmung haben somit in der zweigestrichenen Oktave jeweils die doppelte Frequenz im Vergleich zur eingestrichenen Oktave und in der kleinen Oktave jeweils nur die halbe Frequenz, respektive in der großen Oktave nur ein Viertel der Frequenz im Vergleich zu den Frequenzen in der eingestrichenen Oktave. Die Standardfrequenzen in der kleinen Oktave haben die folgenden Werte:

Frequenzen der 12 Tonstufen in der kleinen Oktave (Norm-Stimmung a' = 440 Hz)

c	130,81 Hz	e	164,81 Hz	gis	207,65 Hz
cis	138,59 Hz	f	174,61 Hz	a	220,00 Hz
d	146,83 Hz	fis	185,00 Hz	ais	233,08 Hz
dis	155,56 Hz	g	196,00 Hz	h	246,94 Hz

4.2.3 Grenzwert Pfund-Serie

25. Unterton der Rydbergkonstante für Wasserstoff = 1/25 der Rydberg-Grundfrequenz (Rydbergkonstante für Wasserstoff -4 Oktaven -2 natürliche große Terzen)

<u>Grenzwert Pfund-Serie</u>				
Grundton:	ais = 239,24 Hz			
Centwert:	45,13 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	451,62 Hz			
Microtune (+/-64):	29			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	93			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	78			
Beats per minute:	56,1	112,1	224,3	
1/4 Note in Millisek.:	1.070,1	535,0	267,5	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-49	4.280,3	0,23	14,0	
-48	2.140,1	0,47	28,0	
-47	1.070,1	0,93	56,1	
-46	535,0	1,87	112,1	
-45	267,5	3,74	224,3	
-44	133,8	7,48	448,6	
-43	66,9	14,95	897,1	
-42	33,4	29,90	1.794,3	
-41	16,7	59,81	3.588,6	
-40	8,4	119,62	7.177,1	
-39	4,2	239,24	14.354,2	
-38	2,1	478,47	28.708,5	
-37	1,0	956,95	57.416,9	
-36	0,5	1.913,90	114.833,9	
-35	0,3	3.827,80	229.667,7	
-34	0,1	7.655,59	459.335,4	
-33	0,1	15.311,18	918.670,8	

Tabelle 11: Stimmbblatt zum Grenzwert der Pfund-Serie

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Tonbezeichnungen (Fortsetzung) Die Grenze des Wechsels von einer Tonbezeichnung zur nächsten erfolgt jeweils genau in der (logarithmischen) Mitte zwischen den normierten Tonstufen. Der Wechsel erfolgt jeweils unterhalb, respektive oberhalb des Intervalls mit dem Intervallfaktor $1,029\ 302 = 2^{1/24}$ (24. Wurzel aus zwei). Somit liegt die Bandbreite für die Tonbezeichnungen in der eingestrichenen Oktave zwischen den folgenden Werten:

Bandbreite der Frequenzen für die Tonbezeichnungen der 12 Tonstufen in der eingestrichenen Oktave (Norm-Stimmung a' = 440 Hz)

c'	254,18 Hz bis 269,29 Hz	e'	320,24 Hz bis 339,29 Hz	gis'	403,48 Hz bis 427,47 Hz
cis'	269,29 Hz bis 285,30 Hz	f'	339,29 Hz bis 359,46 Hz	a'	427,47 Hz bis 452,89 Hz
d'	285,30 Hz bis 302,27 Hz	fis'	359,46 Hz bis 380,84 Hz	ais'	452,89 Hz bis 479,82 Hz
dis'	302,27 Hz bis 320,24 Hz	g'	380,84 Hz bis 403,48 Hz	h'	479,82 Hz bis 508,36 Hz

4.2.4 Lyman-Serie / Lyman-Alpha = L_α

Quarte unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff = $3/4$ der Rydberg-Grundfrequenz
(Rydbergkonstante für Wasserstoff -1 Quarte oder -1 Oktave + 1 Quinte)

Lyman-Alpha			
Grundton:	cis = 140,18 Hz		
Centwert:	19,71 Cent		
Entsprechendes chromatisches a':	445,04 Hz		
Microtune (+/-64):	13		
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	77		
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	70		
Beats per minute:	32,9	65,7	131,4
1/4 Note in Millisek.:	1.826,2	913,1	456,6
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten			
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute
-54	7.305,0	0,14	8,2
-53	3.652,5	0,27	16,4
-52	1.826,2	0,55	32,9
-51	913,1	1,10	65,7
-50	456,6	2,19	131,4
-49	228,3	4,38	262,8
-48	114,1	8,76	525,7
-47	57,1	17,52	1.051,3
-46	28,5	35,04	2.102,7
-45	14,3	70,09	4.205,3
-44	7,1	140,18	8.410,7
-43	3,6	280,36	16.821,4
-42	1,8	560,71	33.642,7
-41	0,9	1.121,42	67.285,5
-40	0,4	2.242,85	134.570,9
-39	0,2	4.485,70	269.141,9
-38	0,1	8.971,40	538.283,8

Tabelle 12: Stimmbblatt zur Lyman-Serie / Lyman-Alpha = L_α

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Tonbezeichnungen (Fortsetzung) So wie sich die Frequenzen von Oktave zu Oktave halbieren, respektive verdoppeln, so halbieren, respektive verdoppeln sich auch die Bandbreiten für die einzelnen Tonbezeichnungen. Die Bandbreiten für die Tonbezeichnungen sind in der kleinen Oktave nur halb so groß wie in der eingestrichenen Oktave. Somit liegt die Bandbreite für die Tonbezeichnungen in der kleinen Oktave zwischen den folgenden Werten:

Bandbreite der Frequenzen für die Tonbezeichnungen der 12 Tonstufen in der kleinen Oktave (Norm-Stimmung a' = 440 Hz)

c	127,09 Hz bis 134,65 Hz	e	160,12 Hz bis 169,64 Hz	gis	201,74 Hz bis 213,74 Hz
cis	134,65 Hz bis 142,65 Hz	f	169,64 Hz bis 179,73 Hz	a	213,74 Hz bis 226,45 Hz
d	142,65 Hz bis 151,13 Hz	fis	179,73 Hz bis 190,42 Hz	ais	226,45 Hz bis 239,91 Hz
dis	151,13 Hz bis 160,12 Hz	g	190,42 Hz bis 201,74 Hz	h	239,91 Hz bis 254,18 Hz

4.2.5 Lyman-Serie / Lyman-Beta = L_β

Ganzton unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff = 8/9 der Rydberg-Grundfrequenz (Rydbergkonstante für Wasserstoff -1 pythagoräischer Ganzton oder +1 Oktave -2 Quinten) und

oktavanalog stimmungsgleich mit dem Grenzwert der Paschen-Serie (Frequenz L_β = Frequenz Grenzwert Paschen-Serie +3 Oktaven)

Lyman-Beta				
Grundton:	e = 166,14 Hz			
Centwert:	13,84 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	443,53 Hz			
Microtune (+/-64):	9			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	73			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	68			
Beats per minute:	38,9	77,9	155,8	
1/4 Note in Millisek.:	1.540,9	770,4	385,2	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-54	6.163,6	0,16	9,7	
-53	3.081,8	0,32	19,5	
-52	1.540,9	0,65	38,9	
-51	770,4	1,30	77,9	
-50	385,2	2,60	155,8	
-49	192,6	5,19	311,5	
-48	96,3	10,38	623,0	
-47	48,2	20,77	1.246,0	
-46	24,1	41,53	2.492,1	
-45	12,0	83,07	4.984,1	
-44	6,0	166,14	9.968,2	
-43	3,0	332,27	19.936,4	
-42	1,5	664,55	39.872,9	
-41	0,8	1.329,10	79.745,7	
-40	0,4	2.658,19	159.491,5	
-39	0,2	5.316,38	318.983,0	
-38	0,1	10.632,77	637.965,9	

Tabelle 13: Stimmbblatt Lyman-Serie / Lyman-Beta = L_β

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Centwert Centwerte sind Einheiten zur genauen Beschreibung der Größe eines Intervalls. Die hier angegebenen Centwerte geben die Größe des Intervalls zum entsprechenden Ton auf der Normskala basierend auf einem a' mit 440 Hz wieder.

Die Oktave wird in 1.200 Cent eingeteilt, so daß jeder Halbtonschritt der gleichschwebenden Stimmung (Normstimmung) 100 Cent umfaßt. Der Intervallfaktor des gleichschwebenden Halbtonschrittes ω trägt 1,059 463, was der 12. Wurzel aus 2 entspricht, also jener Zahl, die zwölf Mal mit sich selbst multipliziert 2 ergibt. Der Centwert eines Intervalls I wird nach der folgenden Formel berechnet:

$$\text{Centwert von I} = (\log I / \log 2) \cdot 1.200 \text{ Cent}$$

4.2.6 Lyman-Serie / Lyman-Gamma = L_g

**Diatonischer Halbton (großes Chroma) unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 15/16 der Rydberg-Grundfrequenz
(Rydbergkonstante für Wasserstoff -1 Oktave +1 Quinte +1 große natürliche Terz)**

Lyman-Gamma				
Grundton:	f = 175,22 Hz			
Centwert:	13,84 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	441,53 Hz			
Microtune (+/-64):	4			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	68			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	66			
Beats per minute:	41,1	82,1	164,3	
1/4 Note in Millisek.:	1.461,0	730,5	365,2	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-54	5.844,0	0,17	10,3	
-53	2.922,0	0,34	20,5	
-52	1.461,0	0,68	41,1	
-51	730,5	1,37	82,1	
-50	365,2	2,74	164,3	
-49	182,6	5,48	328,5	
-48	91,3	10,95	657,1	
-47	45,7	21,90	1.314,2	
-46	22,8	43,81	2.628,3	
-45	11,4	87,61	5.256,7	
-44	5,7	175,22	10.513,4	
-43	2,9	350,45	21.026,7	
-42	1,4	700,89	42.053,4	
-41	0,7	1.401,78	84.106,8	
-40	0,4	2.803,56	168.213,7	
-39	0,2	5.607,12	336.427,4	
-38	0,1	11.214,25	672.854,7	

Tabelle 14: Stimmbblatt Lyman-Serie / Lyman-Gamma = L_γ

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Centwert (Fortsetzung) In der Formel steht „I“ für den Intervallfaktor, „log I“ für den Logarithmus (zur Basis 10 = dekadischer Logarithmus) des Intervallfaktors, „log 2“ für den dekadischen Logarithmus der Zahl 2, „(log I / log 2)“ steht somit für den Logarithmus des Intervallfaktors „I“ zur Basis 2 und 1.200 ist die Centzahl innerhalb einer Oktave.

Setzt man für „I“ die Zahl 2 in die Formel ein, also den Intervallfaktor von Grundton zur Oktave, erhält man 1.200 als Resultat, die Centzahl, die eine Oktave umfaßt. Setzt man für „I“ die Zahl 1,059 463 ein, also den Intervallfaktor eines Halbtonschrittes der Normskala, erhält man als Resultat die Zahl 100, also die Centzahl, die ein Halbton der heutigen Normstimmung umfaßt.

Setzt man beispielsweise für „I“ den Wert 1,5 ein, also den Intervallfaktor der natürlichen (reinen) Quinte ein, erhält man als Resultat den Wert von 701,955 Cent.

$$(\log 1,5 / \log 2) \cdot 1.200 \text{ Cent} = 701,955 \text{ Cent}$$

4.2.7 Lyman-Serie / Lyman-Delta = L_d

Kleiner diatonischer Halbton (kleines Chroma) unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff

= 24/25 der Rydberg-Grundfrequenz

(Rydbergkonstante für Wasserstoff +1 Quinte -2 große natürliche Terzen)

Lyman-Delta				
Grundton:	f = 179,43 Hz			
Centwert:	47,08 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	452,13 Hz			
Microtune (+/-64):	30			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	94			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	79			
Beats per minute:	42,1	84,1	168,2	
1/4 Note in Millisek.:	1.426,8	713,4	356,7	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-54	5.707,0	0,18	10,5	
-53	2.853,5	0,35	21,0	
-52	1.426,8	0,70	42,1	
-51	713,4	1,40	84,1	
-50	356,7	2,80	168,2	
-49	178,3	5,61	336,4	
-48	89,2	11,21	672,9	
-47	44,6	22,43	1.345,7	
-46	22,3	44,86	2.691,4	
-45	11,1	89,71	5.382,8	
-44	5,6	179,43	10.765,7	
-43	2,8	358,86	21.531,4	
-42	1,4	717,71	43.062,7	
-41	0,7	1.435,42	86.125,4	
-40	0,3	2.870,85	172.250,8	
-39	0,2	5.741,69	344.501,6	
-38	0,1	11.483,39	689.003,2	

Tabelle 15: Stimmbblatt Lyman-Serie / Lyman-Delta = L_d

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Centwert (Fortsetzung) Der Intervallfaktor der natürlichen (reinen) Quarte ist $4/3 = 1,333\ 333$. Setzt man diesen Wert für „I“ in der Formel ein, erhält man den Wert von 498,045 Cent.

$$(\log 1,333\ 333 / \log 2) \cdot 1.200 \text{ Cent} = 498,045 \text{ Cent}$$

Die Folge von Quinte und Quarte bilden zusammen eine Oktave. Die Summe der Centwerte von Quinte (701,955) und Quarte (498,045) ist 1.200 (Centwert der Oktave). Das Produkt der Intervallfaktoren von Quinte (1,5) und Quarte (1,333 333) ist 2 (Intervallfaktor der Oktave). Intervallfaktoren werden durch Multiplikation, respektive Division miteinander verknüpft, die entsprechenden Centwerte durch Addition, respektive Subtraktion. Das Intervall der natürlichen (reinen) Quinte umfaßt 701,955 Cent und ist etwas größer als des Intervall einer gleichschwebenden (temperierten) Quinte, das genau 700 Cent umfaßt. Die natürliche (reine) Quarte ist hingegen etwas kleiner als die gleichschwebende (temperierte) Quarte mit 500 Cent.

4.2.8 Lyman-Serie / Lyman-Epsilon = L_ϵ

**Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 35/36 der Rydberg-Grundfrequenz**

Lyman-Epsilon				
Grundton:	fis = 181,71 Hz			
Centwert:	-31,02 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	432,19 Hz			
Microtune (+/-64):	-20			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	44			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	54			
Beats per minute:	42,6	85,2	170,4	
1/4 Note in Millisek.:	1.408,8	704,4	352,2	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-54	5.635,3	0,18	10,6	
-53	2.817,6	0,35	21,3	
-52	1.408,8	0,71	42,6	
-51	704,4	1,42	85,2	
-50	352,2	2,84	170,4	
-49	176,1	5,68	340,7	
-48	88,1	11,36	681,4	
-47	44,0	22,71	1.362,8	
-46	22,0	45,43	2.725,7	
-45	11,0	90,86	5.451,4	
-44	5,5	181,71	10.902,7	
-43	2,8	363,42	21.805,5	
-42	1,4	726,85	43.611,0	
-41	0,7	1.453,70	87.221,9	
-40	0,3	2.907,40	174.443,8	
-39	0,2	5.814,79	348.887,6	
-38	0,1	11.629,59	697.775,3	

Tabelle 16: Stimmbblatt Lyman-Serie / Lyman-Epsilon = L_ϵ

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Centwert (Fortsetzung) Die in den Stimmbblättern angegebenen Centwerte geben die Größe des Intervalls zwischen dem angezeigten „Wasserstoffton“ und dem nächsten Ton der Normskala an. Die angegebenen Werte liegen immer zwischen -50 Cent und 50 Cent (+50 Cent). Ein Minus vor dem Wert zeigt an, daß der entsprechende „Wasserstoffton“ tiefer ist als der nächstgelegene Normton. Positive Centwerte zeigen an, daß der entsprechende „Wasserstoffton“ höher ist als der nächstgelegene Normton.

Je kleiner der angegebene Centwert ist, desto näher liegt der entsprechende „Wasserstoffton“ beim nächstgelegenen Normton, je größer der angegebene Wert ist, desto größer ist die Abweichung vom entsprechenden Normton. Tendiert der Wert gegen 50, heißt das, daß die Abweichung etwa einen Viertelton der Normskala ausmacht.

Man benötigt die Centwerte zur genauen Einstimmung von elektronischen Musikinstrumenten. Da diese jedoch mitunter auch über andere Skalen zur Feinabstimmung verfügen, sind die Werte für diese Skalen ebenfalls in den Stimmbblättern angegeben. Diese Werte nennt man *Microtune* oder auch *Pitch-Data*.

4.2.9 Lyman-Serie / Lyman-Zeta = L_z

Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 48/49 der Rydberg-Grundfrequenz

Lyman-Zeta				
Grundton:	fis = 183,09 Hz			
Centwert:	-17,94 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	435,46 Hz			
Microtune (+/-64):	-11			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	53			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	58			
Beats per minute:	42,9	85,8	171,6	
1/4 Note in Millisek.:	1.398,2	699,1	349,6	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-54	5.592,9	0,18	10,7	
-53	2.796,4	0,36	21,5	
-52	1.398,2	0,72	42,9	
-51	699,1	1,43	85,8	
-50	349,6	2,86	171,6	
-49	174,8	5,72	343,3	
-48	87,4	11,44	686,6	
-47	43,7	22,89	1.373,2	
-46	21,8	45,77	2.746,3	
-45	10,9	91,54	5.492,7	
-44	5,5	183,09	10.985,4	
-43	2,7	366,18	21.970,8	
-42	1,4	732,36	43.941,5	
-41	0,7	1.464,72	87.883,1	
-40	0,3	2.929,44	175.766,1	
-39	0,2	5.858,87	351.532,3	
-38	0,1	11.717,74	703.064,5	

Tabelle 17: Stimmbblatt Lyman-Serie / Lyman-Zeta = L_z

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Entsprechendes chromatisches a' Viele Stimmgeräte verfügen über eine Skala mit Frequenzangaben im Bereich des Kammertones a'. Zumeist kann man mit diesen Stimmgeräten nicht nur einen Ton im Bereich des Kammertones erzeugen und auch messen, sondern sie ermöglichen einem auch von einem frei einstellbaren a' aus alle chromatischen (wohltemperierten) Töne zu erzeugen und zu messen. Für die Besitzer solcher Geräte ist auf den Stimmbblättern das jeweilige entsprechende chromatische a' unter der Angabe des Centwertes abgedruckt. Diese Angabe ist von besonderem Interesse für alle, die „Wasserstofftöne“ nicht nur mit einem Synthesizer, sondern mit traditionellen akustischen Instrumenten erzeugen wollen.

Um von einem beliebigen Ton das entsprechende chromatische (wohltemperierte) a' zu berechnen, ist die Frequenz des gegebenen Tones, wenn diese kleiner als 440 Hz ist, so oft mit 1,059 463, also mit der 12. Wurzel aus 2, zu multiplizieren, respektive, wenn diese größer als 440 Hz ist, durch dieselbe Zahl zu dividieren, bis man in die Nähe von 440 Hz gelangt. Genau heißt das, bis der Wert von 427,47 Hz über-, respektive von 452,89 Hz unterschritten wird. Liegt die Ausgangsfrequenz zwischen den beiden zuletzt genannten Werten, liegt diese bereits im Tonbereich des a'.

4.2.10 Balmer-Serie / Balmer-Alpha = H_α

Kleine Septime und zwei Oktaven unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff

= 5/36 der Rydberg-Grundfrequenz

(Rydbergkonstante für Wasserstoff -2 Oktaven -2 Quinten +1 große natürliche Terz)

Balmer-Alpha = H-Alpha			
Grundton:	gis = 207,67 Hz		
Centwert:	0,16 Cent		
Entsprechendes chromatisches a':	440,04 Hz		
Microtune (+/-64):	0		
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	64		
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	64		
Beats per minute:	48,7	97,3	194,7
1/4 Note in Millisek.:	1.232,7	616,4	308,2
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten			
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute
-51	4.930,9	0,20	12,2
-50	2.465,4	0,41	24,3
-49	1.232,7	0,81	48,7
-48	616,4	1,62	97,3
-47	308,2	3,24	194,7
-46	154,1	6,49	389,4
-45	77,0	12,98	778,8
-44	38,5	25,96	1.557,5
-43	19,3	51,92	3.115,1
-42	9,6	103,84	6.230,1
-41	4,8	207,67	12.460,3
-40	2,4	415,34	24.920,5
-39	1,2	830,68	49.841,1
-38	0,6	1.661,37	99.682,2
-37	0,3	3.322,74	199.364,4
-36	0,2	6.645,48	398.728,7
-35	0,1	13.290,96	797.457,4

Tabelle 18: Stimtblatt Balmer-Serie / Balmer-Alpha = H_α

Erläuterungen zu den Stimtblättern

Entsprechendes chromatisches a'(Fortsetzung) Die folgende Übersicht zeigt die Centwerte zur Normskala für die Frequenzen von 420 Hz bis 440 Hz. Die Frequenzen von 420 Hz bis 427 Hz liegen im Bereich von gis', da die jeweils entsprechenden Centwerte die absolute Größe von 50 Cent (gleich einem Viertelton) überschreiten. Alle weitere Frequenzen liegen im Bereich von a', da die jeweils entsprechenden Centwerte zwischen 0 Cent und -50 Cent liegen.

Centwerte für die Frequenzen von 420 Hz bis 440 Hz

420 Hz	-80,54 Cent	427 Hz	-51,92 Cent	434 Hz	-23,77 Cent
421 Hz	-76,42 Cent	428 Hz	-47,87 Cent	435 Hz	-19,79 Cent
422 Hz	-72,31 Cent	429 Hz	-43,83 Cent	436 Hz	-15,81 Cent
423 Hz	-68,22 Cent	430 Hz	-39,80 Cent	437 Hz	-11,84 Cent
424 Hz	-64,13 Cent	431 Hz	-35,78 Cent	438 Hz	-7,89 Cent
425 Hz	-60,05 Cent	432 Hz	-31,77 Cent	439 Hz	-3,94 Cent
426 Hz	-55,98 Cent	433 Hz	-27,76 Cent	440 Hz	0,00 Cent

4.2.11 Balmer-Serie / Balmer-Beta = H_β

Quarte und zwei Oktaven unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff

= 3/16 der Rydberg-Grundfrequenz

(Rydbergkonstante für Wasserstoff -2 Oktaven -1 Quarte oder -3 Oktaven +1 Quinte)

und

oktavanalog stimmungsgleich mit Lyman-Alpha (Frequenz H_β = Frequenz L_α -2 Oktaven)

Balmer-Beta = H-Beta				
Grundton:	cis = 140,18 Hz			
Centwert:	19,71 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	445,04 Hz			
Microtune (+/-64):	13			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	77			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	70			
Beats per minute:	32,9	65,7	131,4	
1/4 Note in Millisek.:	1.826,2	913,1	456,6	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-52	7.305,0	0,14	8,2	
-51	3.652,5	0,27	16,4	
-50	1.826,2	0,55	32,9	
-49	913,1	1,10	65,7	
-48	456,6	2,19	131,4	
-47	228,3	4,38	262,8	
-46	114,1	8,76	525,7	
-45	57,1	17,52	1.051,3	
-44	28,5	35,04	2.102,7	
-43	14,3	70,09	4.205,3	
-42	7,1	140,18	8.410,7	
-41	3,6	280,36	16.821,4	
-40	1,8	560,71	33.642,7	
-39	0,9	1.121,42	67.285,5	
-38	0,4	2.242,85	134.570,9	
-37	0,2	4.485,70	269.141,9	
-36	0,1	8.971,40	538.283,8	

Tabelle 19: Stimmbblatt Balmer-Serie / Balmer-Beta = H_β

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Entsprechendes chromatisches a' (Fortsetzung) Die folgende Übersicht zeigt die Centwerte zur Normskala für die Frequenzen von 440 Hz bis 460 Hz. Die Frequenzen von 440 Hz bis 452 Hz liegen im Bereich von a'. Alle weitere Frequenzen liegen im Bereich von ais'.

Centwerte für die Frequenzen von 440 Hz bis 460 Hz

440 Hz	0,00 Cent	447 Hz	27,33 Cent	454 Hz	54,23 Cent
441 Hz	3,93 Cent	448 Hz	31,19 Cent	455 Hz	58,04 Cent
442 Hz	7,85 Cent	449 Hz	35,05 Cent	456 Hz	61,84 Cent
443 Hz	11,76 Cent	450 Hz	38,91 Cent	457 Hz	65,63 Cent
444 Hz	15,67 Cent	451 Hz	42,75 Cent	458 Hz	69,41 Cent
445 Hz	19,56 Cent	452 Hz	46,58 Cent	459 Hz	73,19 Cent
446 Hz	23,45 Cent	453 Hz	50,41 Cent	460 Hz	76,96 Cent

4.2.12 Balmer-Serie / Balmer-Gamma = H_γ

Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 21/100 der Rydberg-Grundfrequenz

Balmer-Gamma = H-Gamma			
Grundton:	dis = 157,00 Hz		
Centwert:	15,91 Cent		
Entsprechendes chromatisches a':	444,06 Hz		
Microtune (+/-64):	10		
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	74		
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	69		
Beats per minute:	36,8	73,6	147,2
1/4 Note in Millisek.:	1.630,6	815,3	407,6
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten			
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute
-52	6.522,3	0,15	9,2
-51	3.261,2	0,31	18,4
-50	1.630,6	0,61	36,8
-49	815,3	1,23	73,6
-48	407,6	2,45	147,2
-47	203,8	4,91	294,4
-46	101,9	9,81	588,7
-45	51,0	19,62	1.177,5
-44	25,5	39,25	2.355,0
-43	12,7	78,50	4.710,0
-42	6,4	157,00	9.420,0
-41	3,2	314,00	18.839,9
-40	1,6	628,00	37.679,9
-39	0,8	1.256,00	75.359,7
-38	0,4	2.511,99	150.719,5
-37	0,2	5.023,98	301.438,9
-36	0,1	10.047,96	602.877,8

Tabelle 20: Stimmbblatt Balmer-Serie / Balmer-Gamma = H_γ

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Microtune Zur Feinabstimmung der einzelnen Tonstufen verfügen diverse Synthesizer über die Option Microtune. Aus technischen Gründen ist die Skala nicht in 100 Stufen entsprechend den Centwerten eingeteilt, sondern die Geräte verfügen über 64 Einstellungsmöglichkeiten pro Halbtonschritt. Der sogenannte Microtunewert ist somit um den Faktor 0,64 kleiner als der entsprechende Centwert. Beispielsweise entspricht dem Wert von -10 Cent der Microtune-Wert von:

$$-10 \text{ Cent} \cdot 0,64 = -6,4 \text{ Microtune-Einheiten} \cong -6 \text{ Microtune-Einheiten}$$

Der Faktor zur Umrechnung von Microtune-Werten in Centwerte ist 1,5625. Beispielsweise entspricht dem Microtune-Wert von 32 der Centwert von:

$$32 \text{ Microtune-Einheiten} \cdot 1,5625 = 50,00 \text{ Cent}$$

Negativen Microtune-Einheiten entsprechen immer negativen Centwerten. Dem Microtune-Wert von beispielsweise -12 entspricht der Centwert von:

$$-12 \text{ Microtune-Einheiten} \cdot 1,5625 = -18,75 \text{ Cent}$$

4.2.13 Balmer-Serie / Balmer-Delta = H_d

Ganzton und zwei Oktaven unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 2/9 der Rydberg-Grundfrequenz

(Rydbergkonstante für Wasserstoff -1 Oktave -2 Quinten)

und

oktavanalog stimmungsgleich mit dem Grenzwert der Paschen-Serie und mit Lyman-Beta
(Frequenz H_d = Frequenz Grenzwert Paschen-Serie +1 Oktave = Frequenz L_b -2 Oktaven)

Balmer-Delta = H-Delta				
Grundton:	e = 166,14 Hz			
Centwert:	13,84 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	443,53 Hz			
Microtune (+/-64):	9			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	73			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	68			
Beats per minute:	38,9	77,9	155,8	
1/4 Note in Millisek.:	1.540,9	770,4	385,2	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-52	6.163,6	0,16	9,7	
-51	3.081,8	0,32	19,5	
-50	1.540,9	0,65	38,9	
-49	770,4	1,30	77,9	
-48	385,2	2,60	155,8	
-47	192,6	5,19	311,5	
-46	96,3	10,38	623,0	
-45	48,2	20,77	1.246,0	
-44	24,1	41,53	2.492,1	
-43	12,0	83,07	4.984,1	
-42	6,0	166,14	9.968,2	
-41	3,0	332,27	19.936,4	
-40	1,5	664,55	39.872,9	
-39	0,8	1.329,10	79.745,7	
-38	0,4	2.658,19	159.491,5	
-37	0,2	5.316,38	318.983,0	
-36	0,1	10.632,77	637.965,9	

Tabelle 21: Stimmbblatt Balmer-Serie / Balmer-Delta = H_d

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Pitch (64=0); Range I, +/-64 Pitch (64=0); Range I, +/-64 bedeutet, daß die Skala für die genaue Feinabstimmung (Kalibrierung) der Instrumente bei der Abweichung Null vom Normton den Wert 64 anzeigt, der Halbton darüber wird durch den Wert 128 (bei einigen Geräten auch durch den Wert 127) angezeigt, der Halbton darunter durch den Wert 0. Der auf den Stimmbblättern ausgedruckte Wert ist um 64 größer als der Microtunewert.

Pitch (64=0); Range I, +/-64 ermöglicht eine stufenweise Verstimmung eines Normtones sowohl nach oben als auch nach unten in 64 Einzelschritten bis zu einem Halbton über, respektive unter dem Ausgangston. Jeder Intervallschritt der Skala von Pitch (64=0); Range I, +/-64 entspricht einem Centwert von 1,5625 Cent.

4.2.14 Balmer-Serie / Balmer-Epsilon = H_e

Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 45/196 der Rydberg-Grundfrequenz

Balmer-Epsilon = H-Epsilon			
Grundton:	f = 171,65 Hz		
Centwert:	-29,67 Cent		
Entsprechendes chromatisches a':	432,52 Hz		
Microtune (+/-64):	-19		
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	45		
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	55		
Beats per minute:	40,2	80,5	160,9
1/4 Note in Millisek.:	1.491,4	745,7	372,9
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten			
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute
-52	5.965,7	0,17	10,1
-51	2.982,9	0,34	20,1
-50	1.491,4	0,67	40,2
-49	745,7	1,34	80,5
-48	372,9	2,68	160,9
-47	186,4	5,36	321,8
-46	93,2	10,73	643,7
-45	46,6	21,46	1.287,3
-44	23,3	42,91	2.574,7
-43	11,7	85,82	5.149,4
-42	5,8	171,65	10.298,8
-41	2,9	343,29	20.597,6
-40	1,5	686,59	41.195,2
-39	0,7	1.373,17	82.390,4
-38	0,4	2.746,35	164.780,7
-37	0,2	5.492,69	329.561,5
-36	0,1	10.985,38	659.123,0

Tabelle 22: Stimmbblatt Balmer-Serie / Balmer-Epsilon = H_e

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Pitch (64=0); Range II, +/-32 Pitch (64=0); Range II, +/-32 bedeutet, daß die Skala bei der Abweichung Null vom Normton den Wert 64 anzeigt, der Halbton darüber wird durch den Wert 96 (bei einigen Geräten auch durch den Wert 95), der Ganzton darüber durch den Wert 128 (bei einigen Geräten auch durch den Wert 127) angezeigt, der Halbton darunter durch den Wert 32 (bei einigen Geräten auch durch den Wert 31) und der Ganzton darunter durch den Wert 0. Der ausgedruckte Wert auf den Stimmbblättern entspricht dem 0,32-fachen des Centwertes zuzüglich der Zahl 64.

Pitch (64=0); Range II, +/-32 ermöglicht eine stufenweise Verstimmung eines Normtones sowohl nach oben als auch nach unten in 64 Einzelschritten bis zu einem Ganzton über, respektive unter dem Ausgangston. Jeder Intervallschritt der Skala von Pitch (64=0); Range II, +/-32 entspricht einem Centwert von 3,125 Cent. Pitch (64=0); Range I, +/-64 ermöglicht zwar eine doppelt so präzise Einstimmung wie Pitch; Range II, +/-32, dafür gestatte Pitch (64=0); Range II, +/-32 die Verstimmung eines Normtones um einen Ganzton, im Gegensatz zum Pitch (64=0); Range I, +/-64, wo die Grenze der Bandbreite der Verstimmung bei einem Halbton liegt.

4.2.15 Paschen-Serie / Paschen-Alpha = Pa_α

Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 7/144 der Rydberg-Grundfrequenz

Paschen-Alpha = Pa-Alpha				
Grundton:	d = 145,37 Hz			
Centwert:	-17,33 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	435,62 Hz			
Microtune (+/-64):	-11			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	53			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	58			
Beats per minute:	34,1	68,1	136,3	
1/4 Note in Millisek.:	1.761,0	880,5	440,3	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-50	7.044,1	0,14	8,5	
-49	3.522,1	0,28	17,0	
-48	1.761,0	0,57	34,1	
-47	880,5	1,14	68,1	
-46	440,3	2,27	136,3	
-45	220,1	4,54	272,6	
-44	110,1	9,09	545,1	
-43	55,0	18,17	1.090,3	
-42	27,5	36,34	2.180,5	
-41	13,8	72,68	4.361,1	
-40	6,9	145,37	8.722,2	
-39	3,4	290,74	17.444,4	
-38	1,7	581,48	34.888,8	
-37	0,9	1.162,96	69.777,5	
-36	0,4	2.325,92	139.555,1	
-35	0,2	4.651,84	279.110,1	
-34	0,1	9.303,67	558.220,2	

Tabelle 23: Stimmbblatt Paschen-Serie / Paschen-Alpha = Pa_α

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Beats per minute (bpm) Das Tempo einer Impulsfolge wird im Rhythmusbereich in Anschlägen pro Minute (beats per minute) angegeben. Der Frequenz von einem Hertz entspricht das Tempo von 60 Anschlägen pro Minute (60 bpm), da die Minute 60 Sekunden umfaßt und ein Hertz bekanntlich einer Schwingung pro Sekunde entspricht.

Alle Bpm-Angaben auf den Stimmbblättern sind oktavanalog zu den entsprechenden Frequenzen. Acht Oktaven haben beispielsweise einen Intervallfaktor von 256 ($2^8 = 256$) und die 44 Unteroktave der Grundfrequenz der Rydbergkonstante für Wasserstoff hat die Frequenz 186,90 Hz und entspricht dem Ton fis. Die achte Unteroktave dieses Tones fis hat somit die Frequenz von $186,90 \text{ Hz} / 256 = 0,73 \text{ Hz}$ und diese Frequenz entspricht der 52. Unteroktave der Rydbergkonstante für Wasserstoff und der Bpm-Zahl von $0,73 \text{ Hz} \cdot 60 = 43,8 \text{ bpm}$ (beats per minute = Anschläge pro Minute). Die nächst höhere Oktave (51. Unteroktave der Rydbergkonstante für Wasserstoff) hat die doppelte Frequenz (1,46 Hz) und auch die doppelte Bpm-Zahl (87,6 bpm) und die nächste Oktave hat demzufolge dann die Frequenz von $1,46 \text{ Hz} \cdot 2 = 2,92 \text{ Hz}$ entsprechend einem Tempo von $87,6 \text{ bpm} \cdot 2 = 175,2 \text{ bpm}$.

4.2.16 Paschen-Serie / Paschen-Beta = Pa_β

Übermäßige Sexte und 3 Oktaven unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff

= 16/225 der Rydberg-Grundfrequenz

(Rydbergkonstante für Wasserstoff -2 Oktaven -2 Quinten -2 natürliche große Terzen)

Paschen-Beta = Pa-Beta				
Grundton:	gis = 212,66 Hz			
Centwert:	41,22 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	450,60 Hz			
Microtune (+/-64):	26			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	90			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	77			
Beats per minute:	49,8	99,7	199,4	
1/4 Note in Millisek.:	1.203,8	601,9	301,0	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-50	4.815,3	0,21	12,5	
-49	2.407,7	0,42	24,9	
-48	1.203,8	0,83	49,8	
-47	601,9	1,66	99,7	
-46	301,0	3,32	199,4	
-45	150,5	6,65	398,7	
-44	75,2	13,29	797,5	
-43	37,6	26,58	1.594,9	
-42	18,8	53,16	3.189,8	
-41	9,4	106,33	6.379,7	
-40	4,7	212,66	12.759,3	
-39	2,4	425,31	25.518,6	
-38	1,2	850,62	51.037,3	
-37	0,6	1.701,24	102.074,6	
-36	0,3	3.402,49	204.149,1	
-35	0,1	6.804,97	408.298,2	
-34	0,1	13.609,94	816.596,4	

Tabelle 24: Stimmbblatt Paschen-Serie / Paschen-Beta = Pa_β

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

1/4 Note in Millisekunden Zeit und Frequenz verhalten sich umgekehrt proportional zueinander. Der Frequenz von einem Hertz entspricht die Zeit einer Sekunde, der Frequenz von zwei Hertz entspricht die Zeit einer halben Sekunde, der Frequenz von drei Hertz entspricht die Zeit einer Drittel Sekunde, und so weiter. Eine Sekunde gleich 1.000 Millisekunden, eine halbe Sekunde gleich 500 Millisekunden, eine Drittel Sekunde gleich 333,33 Millisekunden, und so weiter. Es gilt somit beispielsweise:

1,00 Hz	entspricht dem Wert von	1/1,00 Hz · 1.000	= 1.000,00 Millisekunden
2,00 Hz	entspricht dem Wert von	1/2,00 Hz · 1.000	= 500,00 Millisekunden
3,00 Hz	entspricht dem Wert von	1/3,00 Hz · 1.000	= 333,33 Millisekunden
5,00 Hz	entspricht dem Wert von	1/5,00 Hz · 1.000	= 200,00 Millisekunden
10,00 Hz	entspricht dem Wert von	1/10,0 Hz · 1.000	= 100,00 Millisekunden
12,50 Hz	entspricht dem Wert von	1/12,5 Hz · 1.000	= 80,00 Millisekunden
15,00 Hz	entspricht dem Wert von	1/15,0 Hz · 1.000	= 66,66 Millisekunden

4.2.17 Paschen-Serie / Paschen-Gamma = Pa_g

Übermäßige Sexte und 3 Oktaven unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff

= 3/36 = 1/12 der Rydberg-Grundfrequenz

(Rydbergkonstante für Wasserstoff -3 Oktaven -1 Quinte)

Paschen-Gamma = Pa-Gamma				
Grundton:	h = 249,21 Hz			
Centwert:	15,80 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	444,03 Hz			
Microtune (+/-64):	10			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	74			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	69			
Beats per minute:	58,4	116,8	233,6	
1/4 Note in Millisek.:	1.027,3	513,6	256,8	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-50	4.109,1	0,24	14,6	
-49	2.054,5	0,49	29,2	
-48	1.027,3	0,97	58,4	
-47	513,6	1,95	116,8	
-46	256,8	3,89	233,6	
-45	128,4	7,79	467,3	
-44	64,2	15,58	934,5	
-43	32,1	31,15	1.869,0	
-42	16,1	62,30	3.738,1	
-41	8,0	124,60	7.476,2	
-40	4,0	249,21	14.952,3	
-39	2,0	498,41	29.904,7	
-38	1,0	996,82	59.809,3	
-37	0,5	1.993,64	119.618,6	
-36	0,3	3.987,29	239.237,2	
-35	0,1	7.974,57	478.474,5	
-34	0,1	15.949,15	956.948,9	

Tabelle 25: Stimmbblatt Paschen-Serie / Paschen-Gamma = Pa_γ

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

1/4 Note in Millisekunden (Fortsetzung) Zur Berechnung der zu einer in Hertz gegebenen Frequenz zugehörigen Millisekundenzahl bildet man den Kehrwert der Frequenz und multipliziert diesen mit der Zahl 1.000. Zur Berechnung der zu einem in Anschlägen pro Minute gegebenen Tempo zugehörigen Millisekundenzahl bildet man den Kehrwert der Bpm-Zahl und multipliziert diesen mit der Zahl 60.000. Es gilt somit beispielsweise:

60,0 bpm	entspricht dem Wert von	1/60,0 bpm · 60.000	= 1.000,00 Millisekunden
75,0 bpm	entspricht dem Wert von	1/75,0 bpm · 60.000	= 800,00 Millisekunden
90,0 bpm	entspricht dem Wert von	1/90,0 bpm · 60.000	= 666,66 Millisekunden
100,0 bpm	entspricht dem Wert von	1/100,0 bpm · 60.000	= 600,00 Millisekunden
120,0 bpm	entspricht dem Wert von	1/120,0 bpm · 60.000	= 500,00 Millisekunden
150,0 bpm	entspricht dem Wert von	1/150,0 bpm · 60.000	= 400,00 Millisekunden
180,0 bpm	entspricht dem Wert von	1/180,0 bpm · 60.000	= 333,33 Millisekunden

4.2.18 Paschen-Serie / Paschen-Delta = Pa_d

**Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 40/441 der Rydberg-Grundfrequenz**

Paschen-Delta = Pa-Delta			
Grundton:	cis' = 271,24 Hz		
Centwert:	-37,49 Cent		
Entsprechendes chromatisches a':	430,57 Hz		
Microtune (+/-64):	-24		
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	40		
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	52		
Beats per minute:	63,6	127,1	254,3
1/4 Note in Millisek.:	943,8	471,9	235,9
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten			
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute
-50	3.775,2	0,26	15,9
-49	1.887,6	0,53	31,8
-48	943,8	1,06	63,6
-47	471,9	2,12	127,1
-46	235,9	4,24	254,3
-45	118,0	8,48	508,6
-44	59,0	16,95	1.017,2
-43	29,5	33,91	2.034,3
-42	14,7	67,81	4.068,7
-41	7,4	135,62	8.137,3
-40	3,7	271,24	16.274,6
-39	1,8	542,49	32.549,3
-38	0,9	1.084,98	65.098,6
-37	0,5	2.169,95	130.197,1
-36	0,2	4.339,90	260.394,3
-35	0,1	8.679,81	520.788,5
-34	0,1	17.359,62	1.041.577,1

Tabelle 26: Stimmbblatt Paschen-Serie / Paschen-Delta = Pa_d

Erläuterungen zu den Stimmbblättern

Umrechnungstabellen für Echo-, Hall- und Loopzeiten Zur Erleichterung der Arbeit beim Einstimmen der Synthesizer und elektronischen Schlagzeugmaschinen, wie auch zur Erleichterung der Arbeit beim Programmieren der Lichtanlagen, sind in den Stimmbblättern jeweils 17 Oktaven der oktavanalog zueinander gehörenden Werte von Millisekunden, Frequenz in Hertz und Anschlägen pro Minute (beats per minutes) sowie die entsprechende Oktavzahl zur physikalischen Ausgangsschwingung angegeben.

Umrechnungsfaktoren für die Zeiteinheit Millisekunden in die Frequenzeinheiten Hertz und Anschläge pro Minute (beats per minute) sowie für Frequenzeinheiten in die Zeiteinheit:

<u>1 Millisekunde</u>	<> 1.000 Hertz	<> 60.000 beats per minute
1.000 Millisekunden	<> <u>1 Hertz</u>	<> 60 beats per minute
60.000 Millisekunden	<> 1/60 = 0,016 667 Hertz	<> <u>1 beat per minute</u>

4.2.19 Brackett-Serie / Brackett-Alpha = Br_a

Klassisch übermäßige Quarte und 5 Oktaven unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff

= 9/400 der Rydberg-Grundfrequenz

Rydbergkonstante für Wasserstoff -6 Oktaven +2 Quinten -2 natürliche große Terzen)

Brackett-Alpha = Br-Alpha				
Grundton:	c = 134,57 Hz			
Centwert:	49,04 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	452,64 Hz			
Microtune (+/-64):	31			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	95			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	80			
Beats per minute:	31,5	63,1	126,2	
1/4 Note in Millisek.:	1.902,3	951,2	475,6	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-49	7.609,4	0,13	7,9	
-48	3.804,7	0,26	15,8	
-47	1.902,3	0,53	31,5	
-46	951,2	1,05	63,1	
-45	475,6	2,10	126,2	
-44	237,8	4,21	252,3	
-43	118,9	8,41	504,6	
-42	59,4	16,82	1.009,3	
-41	29,7	33,64	2.018,6	
-40	14,9	67,29	4.037,1	
-39	7,4	134,57	8.074,3	
-38	3,7	269,14	16.148,5	
-37	1,9	538,28	32.297,0	
-36	0,9	1.076,57	64.594,1	
-35	0,5	2.153,14	129.188,1	
-34	0,2	4.306,27	258.376,2	
-33	0,1	8.612,54	516.752,4	

Tabelle 27: Stimmblatt Brackett-Serie / Brackett-Alpha = Br_α

Obertonreihe und Intervalle

Töne bilden im allgemeinen eine natürliche Obertonreihe. Die Frequenzen des Grundtones und der Obertöne entsprechen der natürlichen Reihe der ganzen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, und so weiter. Grundton und Obertöne bilden zusammen die sogenannte Teiltonreihe. Der erste Oberton mit der doppelten Frequenz des Grundtones ist der zweite Teilton der Teiltonreihe und bildet die Oktave zum Grundton, der Grundton selbst ist der erste Teilton der Teiltonreihe.

Der zweite Oberton mit der dreifachen Frequenz des Grundtones ist der dritte Teilton und bildet das Intervall einer Duodezime zum Grundton und das Intervall einer Quinte zum zweiten Teilton, der Oktave zum Grundton. Der dritte Oberton mit der vierfachen Frequenz zum Grundton ist der vierte Teilton und bildet das Intervall einer Bioktave zum Grundton (erster Teilton), einer Oktave zum Oktavton (zweiter Teilton) und einer Quarte zur Duodezime (dritter Teilton). Der dritte Teilton teilt somit die zweite Oktave in die Intervalle Quinte und Quarte auf.

4.2.20 Brackett-Serie / Brackett-Beta = Br_β

**Kleine Septime und 4 Oktaven unterhalb der Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 5/144 der Rydberg-Grundfrequenz**

**Rydbergkonstante für Wasserstoff -4 Oktaven -2 Quinten +1 natürliche große Terz)
und**

oktav analog stimmungsgleich mit H-Alpha (Frequenz Br_β = Frequenz H_α -2 Oktaven)

Brackett-Beta = Br-Beta				
Grundton:	gis = 207,67 Hz			
Centwert:	0,16 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	440,04 Hz			
Microtone (+/-64):	0			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	64			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	64			
Beats per minute:	48,7	97,3	194,7	
1/4 Note in Millisek.:	1.232,7	616,4	308,2	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-49	4.930,9	0,20	12,2	
-48	2.465,4	0,41	24,3	
-47	1.232,7	0,81	48,7	
-46	616,4	1,62	97,3	
-45	308,2	3,24	194,7	
-44	154,1	6,49	389,4	
-43	77,0	12,98	778,8	
-42	38,5	25,96	1.557,5	
-41	19,3	51,92	3.115,1	
-40	9,6	103,84	6.230,1	
-39	4,8	207,67	12.460,3	
-38	2,4	415,34	24.920,5	
-37	1,2	830,68	49.841,1	
-36	0,6	1.661,37	99.682,2	
-35	0,3	3.322,74	199.364,4	
-34	0,2	6.645,48	398.728,7	
-33	0,1	13.290,96	797.457,4	

Tabelle 28: Stimmbrett Brackett-Serie / Brackett-Beta = Br_β

Obertonreihe und Intervalle (Fortsetzung)

Die Verhältniszahlen der Frequenzen von Grundton zu Oktave sind 1 zu 2, von Grundton zu Quinte 2 zu 3 und von Grundton zu Quarte 3 zu 4. Die Oktave hat somit die 2fache Frequenz des Grundtones, die Quinte die 1,5fache und die Quarte die 1,333fache Frequenz des Grundtones. Oktaven, Quinten und Quartan können unter anderem folgende Intervalle bilden:

Quinte – Quarte = pythagoräischer Ganzton	$(3/2) / (4/3) = 9/8$
Quinte + Quinte – Oktave = pythagoräischer Ganzton	$(3/2) \cdot (3/2) / 2 = 9/8$
Oktave – Quarte – Quarte = pythagoräischer Ganzton	$2 / (4/3) / (4/3) = 9/8$
Oktave + Oktave – Quinte – Quinte = kleine Septime	$2 \cdot 2 / (3/2) / (3/2) = 16/9$

Der pythagoräische Ganzton hat die 1,125fache ($9/8 = 1,125$) Frequenz des Grundtones und die kleine Septime hat die 1,777 778fache ($16/9 = 1,777 778$) Frequenz des Grundtones.

4.2.21 Brackett-Serie / Brackett-Gamma = Br_g

Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 33/784 der Rydberg-Grundfrequenz

Brackett-Gamma = Br-Gamma			
Grundton:	h = 251,75 Hz		
Centwert:	33,37 Cent		
Entsprechendes chromatisches a':	448,56 Hz		
Microtune (+/-64):	21		
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	85		
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	75		
Beats per minute:	59,0	118,0	236,0
1/4 Note in Millisek.:	1.016,9	508,4	254,2
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten			
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute
-49	4.067,6	0,25	14,8
-48	2.033,8	0,49	29,5
-47	1.016,9	0,98	59,0
-46	508,4	1,97	118,0
-45	254,2	3,93	236,0
-44	127,1	7,87	472,0
-43	63,6	15,73	944,1
-42	31,8	31,47	1.888,1
-41	15,9	62,94	3.776,2
-40	7,9	125,87	7.552,5
-39	4,0	251,75	15.104,9
-38	2,0	503,50	30.209,8
-37	1,0	1.006,99	60.419,6
-36	0,5	2.013,99	120.839,2
-35	0,2	4.027,97	241.678,4
-34	0,1	8.055,95	483.356,9
-33	0,1	16.111,90	966.713,7

Tabelle 29: Stimmbrett Brackett-Serie / Brackett-Gamma = Br_γ

Obertonreihe und Intervalle (Fortsetzung)

In der reinen pythagoräischen Stimmung werden alle Intervalle aus Differenzen zwischen Oktaven und Quinten gebildet. Dies führt zu unreinen (schwebenden) Terzen und Sexten, die von der Grundstruktur der Obertonreihe abweichen:

Kleine pythagoräische Terz	= +2 Oktaven -3 Quinten	= 32/27	= 1,185 185 (294,13 Cent)
Gleichschwebende kleine Terz	= 2 ^{3/12}	= 2 ^{1/4}	= 1,198 207 (300,00 Cent)
Natürliche kleine Terz	= 6. Oberton – 5. Oberton	= 6/5	= 1,200 000 (315,64 Cent)
Große pythagoräische Sexte	= +3 Quinten -1 Oktave	= 27/16	= 1,687 500 (905,87 Cent)
Gleichschwebende große Sexte	= 2 ^{9/12}	= 2 ^{3/4}	= 1,681 793 (900,00 Cent)
Natürliche große Sexte	= 5. Oberton – 3. Oberton	= 5/3	= 1,666 667 (884,36 Cent)

Im Wasserstoffspektrum kommen sowohl pythagoräische kleine Terzen wie auch natürliche große Sexten vor. Die Intervalle von L_α zu L_β oder von H_β zu H_δ sind beispielsweise kleine pythagoräische Terzen und das Intervall Pa_γ zu H_α ist beispielsweise eine natürliche große Sexte.

4.2.22 Pfund-Serie / Pfund-Alpha = Pf_α

Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 11/900 der Rydberg-Grundfrequenz

Pfund-Alpha = Pf-Alpha				
Grundton:	d = 146,20 Hz			
Centwert:	-7,47 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	438,11 Hz			
Microtune (+/-64):	-5			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	59			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	62			
Beats per minute:	34,3	68,5	137,1	
1/4 Note in Millisek.:	1.751,0	875,5	437,8	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-48	7.004,1	0,14	8,6	
-47	3.502,0	0,29	17,1	
-46	1.751,0	0,57	34,3	
-45	875,5	1,14	68,5	
-44	437,8	2,28	137,1	
-43	218,9	4,57	274,1	
-42	109,4	9,14	548,3	
-41	54,7	18,28	1.096,5	
-40	27,4	36,55	2.193,0	
-39	13,7	73,10	4.386,0	
-38	6,8	146,20	8.772,0	
-37	3,4	292,40	17.544,1	
-36	1,7	584,80	35.088,1	
-35	0,9	1.169,60	70.176,3	
-34	0,4	2.339,21	140.352,5	
-33	0,2	4.678,42	280.705,0	
-32	0,1	9.356,83	561.410,0	

Tabelle 30: Stimmbrett Pfund-Serie / Pfund-Alpha = Pf_α

Obertonreihe und Intervalle (Fortsetzung)

Pythagoreische große Terzen und kleine Sexten unterscheiden sich auch wesentlich von den entsprechenden natürlichen Intervallen, wie die folgende Auflistung zeigt:

Große pythagoräische Terz	= +4 Quinten -2 Oktaven	= 81/64	= 1,265 625 (407,82 Cent)
Gleichschwebende große Terz	= $2^{4/12}$	= $2^{1/3}$	= 1,259 921 (400,00 Cent)
Natürliche große Terz	= 5. Oberton – 4. Oberton	= 5/4	= 1,250 000 (386,31 Cent)
Kleine pythagoräische Sexte	= +3 Oktaven -4 Quinten	= 128/81	= 1,580 247 (792,18 Cent)
Gleichschwebende kleine Sexte	= $2^{8/12}$	= $2^{2/3}$	= 1,587 401 (800,00 Cent)
Natürliche kleine Sexte	= 8. Oberton – 5. Oberton	= 8/5	= 1,600 000 (813,69 Cent)

Im Wasserstoffspektrum kommen sowohl natürliche große Terzen wie auch natürliche kleine Sexten vor. Das Intervall von L_α zu L_γ ist beispielsweise eine große natürliche Terz und das Intervall H_α zu H_ϵ ist beispielsweise eine natürliche kleine Sexte. Das Intervall von Br_α zu Pa_β beispielsweise umfaßt den Bereich einer Oktave und einer pythagoräischen kleinen Sexte.

4.2.23 Pfund-Serie / Pfund-Beta = Pf_{β}

Kein harmonisches Intervall zur Rydbergkonstante für Wasserstoff
= 24/1225 der Rydberg-Grundfrequenz

Pfund-Beta = Pf-Beta				
Grundton:	ais = 234,35 Hz			
Centwert:	9,43 Cent			
Entsprechendes chromatisches a':	442,40 Hz			
Microtune (+/-64):	6			
Pitch (64=0 Cent); Range I, +/- 64:	70			
Pitch (64=0 Cent); Range II, +/- 32:	67			
Beats per minute:	54,9	109,9	219,7	
1/4 Note in Millisek.:	1.092,4	546,2	273,1	
Umrechnungstabelle für Echo-, Hall- und Loopzeiten				
Oktavzahl	Millisekunden	Frequenz in Hz	Beats per minute	
-48	4.369,4	0,23	13,7	
-47	2.184,7	0,46	27,5	
-46	1.092,4	0,92	54,9	
-45	546,2	1,83	109,9	
-44	273,1	3,66	219,7	
-43	136,5	7,32	439,4	
-42	68,3	14,65	878,8	
-41	34,1	29,29	1.757,7	
-40	17,1	58,59	3.515,3	
-39	8,5	117,18	7.030,6	
-38	4,3	234,35	14.061,3	
-37	2,1	468,71	28.122,6	
-36	1,1	937,42	56.245,2	
-35	0,5	1.874,84	112.490,3	
-34	0,3	3.749,68	224.980,6	
-33	0,1	7.499,35	449.961,3	
-32	0,1	14.998,71	899.922,6	

Tabelle 31: Stimmbblatt Pfund-Serie / Pfund-Beta = Pf_{β}

Obertonreihe und Intervalle (Fortsetzung)

Von besonderer Bedeutung für die Stimmtechnik sind die kleinen Intervalle wie der kleine Ganzton, verschiedene Halbtöne und weitere kleinere Intervalle:

Kleiner diatonischer Ganzton	= Quarte – nat. kleine Terz	= 10/9	= 1,111 111 (182,40 Cent)
Großes Limma	= nat. kl. Terz – kl. diat. Ganzt.	= 27/25	= 1,080 000 (133,24 Cent)
Großer diatonischer Halbton	= Quarte – nat. große Terz	= 16/15	= 1,066 667 (111,73 Cent)
Pythagoräisches (kl.)Limma	= Quarte – pythag. große Terz	= 256/243	= 1,053 498 (90,22 Cent)
Kleines Chroma (kl. Halbton)	= nat. gr. Terz – nat. kl. Terz	= 25/24	= 1,041 667 (70,67 Cent)
Große Diesis	= 4 nat. kl. Terzen -1 Oktave	= 648/625	= 1,036 800 (62,57 Cent)
Kleine Diesis	= Oktave -3 nat. große Terzen	= 128/125	= 1,024 000 (41,06 Cent)
Pythagoräisches Komma	= 12 Quinten -7 Oktaven	= $3^{12}/2^{19}$	= 1,013 643 (23,46 Cent)
Syntonische Komma	= pyth. gr. Gt. – kl. diat. Ganzt.	= 81/80	= 1,012 500 (21,51 Cent)
Diaschisma	= synton. Komma – Schisma	= 2048/2025	= 1,011 358 (19,55 Cent)
Schisma	= pyth. Komma – synt. Komma	= $3^8 \cdot 5/2^{15}$	= 1,001 129 (1,95 Cent)

5 Quellen- und Literaturhinweise

Cousto, Hans: *Die Kosmische Oktave – der Weg zum universellen Einklang*

Synthesis Verlag, Essen 1984; ISBN 3-922026-24-9

Cousto, Hans: *Die Oktave – Das Urgesetz der Harmonie*

Verlag Simon + Leutner, Berlin 1987; ISBN 3-922389-21-X

Cousto, Hans: *Klänge Bilder Welten – Musik im Einklang mit der Natur*

Verlag Simon + Leutner, Berlin 1989; ISBN 3-922389-30-9

Cousto, Hans: *Die Töne der Kosmischen Oktave*

Verlag Simon + Leutner, Berlin 1989; ISBN 3-922389-45-7

Cousto, Hans + Pauschel, Matthias: *Orpheus-Handbuch – Die Wirkung der Rhythmen unserer Erde auf Körper, Seele und Geist. Ein Leitfaden für Theorie und Praxis*

Verlag Simon + Leutner, Berlin 1992; ISBN 3-922389-43-0

Cousto, Hans: *MDMA-tuning – Der Weg von der Spektralanalyse des MDMA-Moleküls zum Klangbild der harmonikalen Grundstruktur von Ecstasy*

Nachtschatten Verlag, Solothurn 2000, ISBN 3-907080-57-X

Dobretzberger, Fritz + Paul, Johannes: *Farb-Musik – Leitfaden für eine kombinierte Farben- und Musiklehre*

Verlag Simon + Leutner, Berlin 1993; ISBN 3-922389-58-9

Gerlach, Walther, *Physik / Das Fischer Lexikon*

Fischer Bücherei, Frankfurt am Main 1960

Heisenberg, Werner: *Der Teil und das Ganze – Gespräche im Umkreis der Atomphysik*

Deutscher Taschenbuch Verlag, München 1973, ISBN 3-423-00903-9

Heisenberg, Werner: *Physik und Philosophie*

Ullstein Sachbuch Nr. 34624, Ullstein Verlag, Frankfurt am Main + Berlin 1990, ISBN 3-548-34642-3

Stößel, Rudolf: *Harmonikale Modelle zur Veranschaulichung der Ober- und Untertonreihe*

Kreis der Freunde um Hans Kayser, Schriften über Harmonik Nr. 13, Bern 1985

Stößel, Rudolf: *Wege zur Harmonik*

Kreis der Freunde um Hans Kayser, Schriften über Harmonik Nr. 15, Bern 1987

Wichmann, Eyvind H.: *Quantenphysik / Berkley Physik Kurs 4*

Friedr. Vieweg + Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig 1975, ISBN 3-528-08354-9

Adressen

PLANETWARE – DIE KOSMISCHE OKTAVE

Fritz Dobretzberger
Augustenfelder Straße 24 a
D-80999 München
Fon: 0049 - 89 - 812 11 05
Fax: 0049 89 - 812 93 81

www.planetware.de
info@planetware.de

SCI-ROM

Susanne Heinzmann + Uli Röss
Planeten-, Molekül- und Atommusik
scirom@snafu.de

AKASHA PROJEKT

Planeten-, Molekül- und Atommusik
akashaproject@gmx.net

HIGH SOCIETY

Dope Media
Peter Huber + Martina Jung

www.dope-media
info@dope-media.com

Adresse des Autors
cousto@eve-rave.net